

CONCETTI DI ACUSTICA GENERALE

a cura di

Marco Carlo Masoero
e Giuseppina Emma Puglisi

1.1. INTRODUZIONE ALL'ACUSTICA E CARATTERISTICHE DELLE ONDE ACUSTICHE

L'acustica tratta la *generazione, propagazione e ricezione* di onde in mezzi elastici (gassosi, liquidi o solidi). Consideriamo un semplice esempio di dispositivo acustico: un tubo delimitato ad un'estremità da una terminazione aperta verso l'ambiente esterno e all'altra da un pistone animato da un moto periodico semplice. Il movimento del pistone determina nello strato d'aria immediatamente a contatto una successione di compressioni e rarefazioni, dovute al movimento delle particelle d'aria che perturbano lo stato di quiete del fluido. Tali perturbazioni si propagano lungo il tubo sotto forma di un'onda elastica: se esse sono in grado di determinare in un ascoltatore una sensazione di tipo acustico, l'onda viene definita *onda acustica* o *onda sonora*.

Le onde acustiche nei fluidi presentano le seguenti proprietà:

- Il moto oscillatorio delle particelle fluide avviene nella stessa direzione di propagazione dell'onda (si tratta quindi di un'onda *longitudinale*). Il fenomeno è dovuto alle *proprietà elastiche* del fluido (il fluido tende a occupare il volume iniziale, una volta venuta meno la causa della sua deformazione) e alle *proprietà di inerzia* del fluido (le particelle di fluido trasferiscono quantità di moto alle particelle con cui vengono a contatto).

I fluidi possiedono solamente *elasticità normale*, per cui le onde sono esclusivamente longitudinali; nei solidi, che possiedono *elasticità tangenziale*, si possono propagare anche *onde trasversali*. Onde trasversali possono propagarsi anche all'interfaccia fra mezzi di diverso stato: si pensi all'esempio, a tutti noto, delle increspature concentriche prodotte da un sasso che cade in un bacino d'acqua in quiete.

- L'onda determina una perturbazione periodica delle proprietà di stato del fluido rispetto alle condizioni indisturbate, qui identificate attraverso la pressione p_0 e la densità ρ_0 : si definisce *pressione sonora* la differenza fra il valore istantaneo (perturbato) della pressione ed il valore indisturbato p_0 . Nella descrizione dei fenomeni acustici si utilizzeranno le seguenti grandezze:

$p(t)$ = pressione sonora (Pa)

$\rho(t)$ = densità del fluido (kg/m³)

$$\delta(t) = \frac{(\rho(t) - \rho_0)}{\rho_0} = \text{condensazione del mezzo (-)}$$

$u(t)$ = velocità delle particelle (m/s)

- Le perturbazioni provocate dall'onda sonora sono di piccola entità, ovvero:

$$p(t) \ll p_0$$

$$[\rho(t) - \rho_0] \ll \rho_0$$

Ad esempio, nell'aria a pressione atmosferica standard [$p_0 \approx 10^5$ Pa] la pressione sonora è tipicamente compresa nell'intervallo tra $p(t) \approx 20$ μ Pa [soglia di udibilità] e $p(t) \approx 200$ Pa [soglia del dolore].

- La velocità di propagazione dell'onda (indicata con il simbolo c) è funzione dello stato termodinamico del fluido: nell'aria in condizioni ambiente tipiche si ha $c \approx 340$ m/s.

La periodicità del suono, rappresentata in Figura 1.1, viene descritta attraverso le seguenti grandezze:

T = periodo (s)

f = frequenza (Hz)

ω = frequenza angolare (rad/s)

λ = lunghezza d'onda (m)

k = numero d'onda (rad/m)

$$f = 1/T$$

$$\omega = 2\pi/T$$

$$\lambda = c/f$$

$$k = 2\pi/\lambda$$

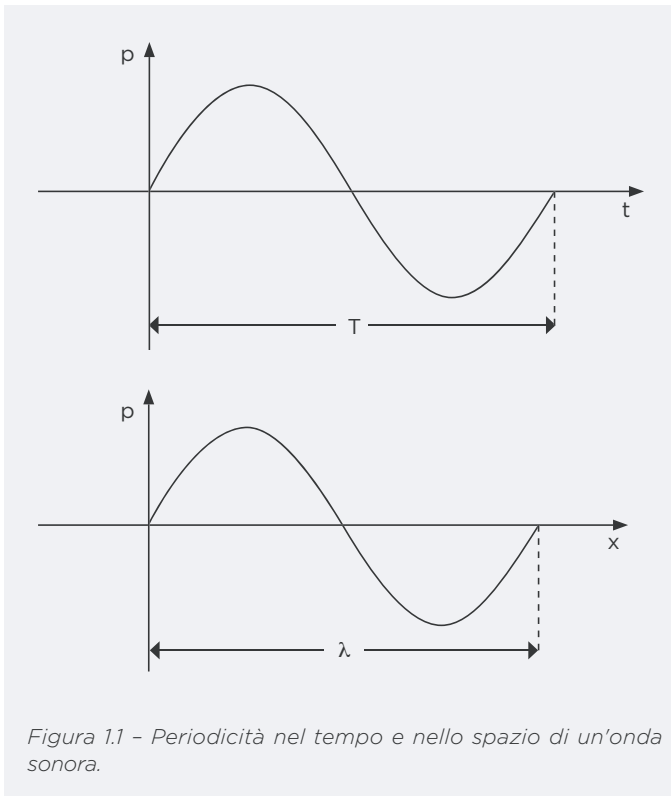


Figura 1.1 - Periodicità nel tempo e nello spazio di un'onda sonora.

Nel caso di propagazione nell'aria, essendo $c \approx 340$ m/s, risulta la corrispondenza fra frequenza e lunghezza d'onda, rappresentata in Figura 1.2:

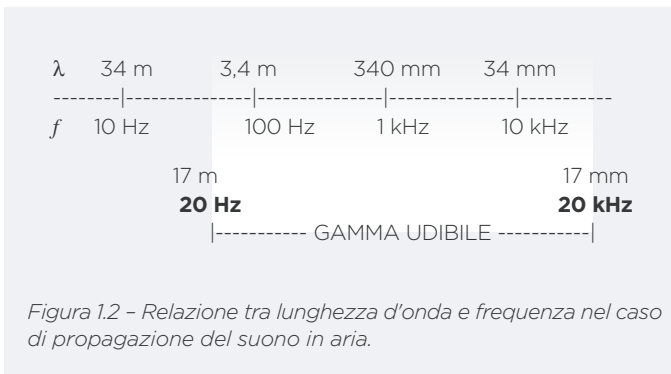


Figura 1.2 - Relazione tra lunghezza d'onda e frequenza nel caso di propagazione del suono in aria.

1.2. EQUAZIONI FONDAMENTALI

Per ricavare le equazioni che descrivono la propagazione dell'onda acustica si considera un elemento di fluido (di dimensioni dx, dy, dz) interno al dominio di propagazione, a cui si applicano le equazioni fondamentali della meccanica dei fluidi:

- Equazione di Eulero (esprime la II Legge della Dinamica)

$$\nabla p = -\rho_0 \frac{\partial u}{\partial t} \tag{1.1}$$

- Equazione di continuità (esprime il Principio di Conservazione della Massa)

$$\frac{\partial \delta}{\partial t} = -\nabla \cdot u \tag{1.2}$$

A tali equazioni, di validità generale, occorre associare un'equazione costitutiva che descriva il comportamento del fluido. Nel caso dei gas si utilizza l'equazione di stato dei gas perfetti che, per una quantità unitaria di gas (1 mole), indica:

$$P V = R T \tag{1.3}$$

dove:

P = pressione totale (Pa)

V = volume (m^3)

T = temperatura assoluta (K)

R = costante universale dei gas = 8314 ($kJ \text{ kmol}^{-1} K^{-1}$)

La trasformazione termodinamica determinata dalla perturbazione acustica può essere considerata *isoentropica* (adiabatica reversibile); applicando dunque l'equazione dell'isentropica

$$P V^\gamma = \text{cost} \quad \text{con} \quad \gamma = \frac{c_p}{c_v} \approx 1,4 \quad \text{per l'aria (gas biatomico)} \tag{1.4}$$

alla trasformazione che avviene tra gli stati indisturbato e perturbato si ottiene:

$$p_0 V_0^\gamma = P V^\gamma \tag{1.5}$$

$$\frac{P}{p_0} = \left(\frac{V_0}{V}\right)^\gamma = \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^\gamma \tag{1.6}$$

In termini differenziali e adottando l'ipotesi di piccole perturbazioni si ottiene l'espressione:

$$d\left(\frac{P}{p_0}\right) = \gamma \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{\gamma-1} d\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right) \approx \gamma \cdot d\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right) \tag{1.7}$$

che, ricordando le definizioni di pressione sonora p e condensazione del mezzo δ , può essere scritta come:

$$\frac{p}{p_0} = \gamma \delta \tag{1.8}$$

Derivando rispetto al tempo, risulta:

$$\frac{1}{p_0} \frac{\partial p}{\partial t} = \gamma \frac{\partial \delta}{\partial t} \tag{1.9}$$

Combinando con l'equazione di Eulero e di continuità si ottiene infine l'equazione dell'onda, nel seguito riportata nelle tre possibili formulazioni, rispettivamente in termini di pressione sonora, condensazione del mezzo e velocità delle particelle:

$$\nabla^2 p = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \tag{1.10}$$

$$\nabla^2 \delta = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \delta}{\partial t^2} \tag{1.11}$$

$$\nabla^2 \vec{u} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2} \tag{1.12}$$

Nelle equazioni c rappresenta la velocità di propagazione dell'onda (velocità del suono) data da:

$$c = \sqrt{\gamma \frac{p_0}{\rho_0}} = \sqrt{\gamma R T} \tag{1.13}$$

dove R^* è la costante di elasticità del gas, pari al rapporto tra la costante universale R e la massa molecolare M^* del gas. Nel caso dell'aria a 20°C ($M^* = 29 \text{ kg/kmol}$; $\gamma = 1,4$) risulta:

$$c = [1,4 \cdot (8314/29) \cdot (273+20)]^{1/2} = 343 \text{ m/s} \quad (1.14)$$

risultato del tutto coerente con quello fornito dall'equazione approssimata che correla c con la temperatura espressa in gradi Celsius t :

$$c = 331,4 + 0,6 \cdot t = 343,4 \text{ m/s} \quad (1.15)$$

A valle delle equazioni fondamentali riportate fino a qui è opportuno sottolineare che queste sono scritte utilizzando, per gli operatori differenziali gradiente e divergenza, la notazione che fa uso dell'operatore "nabla" (∇). Al riguardo si ricordano le seguenti definizioni:

Funzione scalare $p(x, y, z)$ (1.16)

Funzione vettoriale $u(x, y, z) = u_x i + u_y j + u_z k$ (1.17)

Operatore (vettore) nabla: $\nabla = \frac{\partial}{\partial x} i + \frac{\partial}{\partial y} j + \frac{\partial}{\partial z} k$ (1.18)

Operatore "del 2": $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} i + \frac{\partial^2}{\partial y^2} j + \frac{\partial^2}{\partial z^2} k$ (1.19)

Vettore "gradiente di $p(x, y, z)$ ": $\text{grad } p = \nabla p = \frac{\partial p}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial p}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial p}{\partial z} \vec{k}$ (1.20)

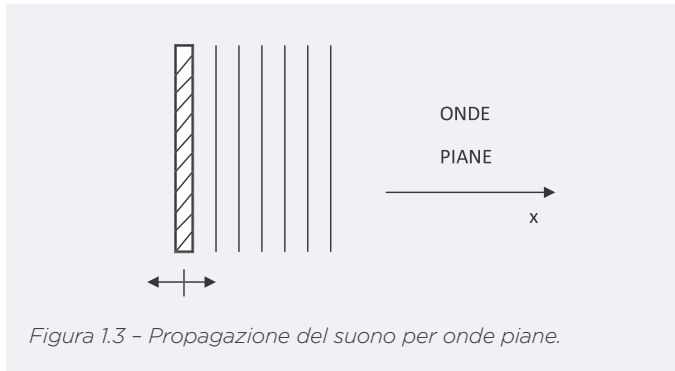
Scalare "divergenza di \vec{u} ": $\text{div } \vec{u} = \nabla \cdot \vec{u} = \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z}$ (1.21)

"del 2 p ": $\nabla^2 p = \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} \vec{i} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} \vec{j} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} \vec{k}$ (1.22)

1.3. PROPAGAZIONE NEI GAS DI ONDE ACUSTICHE PIANE E SFERICHE

1.3.1. ONDA PIANA

La situazione di propagazione più semplice è quella dell'onda piana, che si può pensare generata da una piastra piana vibrante e infinitamente estesa nelle direzioni perpendicolari a quella di propagazione monodimensionale (direzione x).



In questo caso l'equazione dell'onda ammette soluzione generale del tipo:

$$p(x, t) = f\left(t - \frac{x}{c}\right) + g\left(t + \frac{x}{c}\right) \quad (1.23)$$

in cui f e g sono due funzioni arbitrarie che descrivono la forma d'onda; il primo termine rappresenta un'onda che si propaga nel verso positivo di x , mentre il secondo termine un'onda che si propaga nel verso negativo: dal punto di vista fisico, la presenza di quest'ultimo termine è generalmente legata a condizioni al contorno che danno origine, ad esempio, ad un'onda riflessa (verso negativo) che si sovrappone all'onda diretta (verso positivo).

Supponiamo che la piastra oscilli con moto armonico di frequenza angolare ω e che generi un'onda progressiva, ovvero un'onda che si propaga nel verso positivo di x (per cui si ha $g = 0$); l'equazione (1.23) assume la forma:

$$p = p_m \text{sen}\left[\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)\right] = p_m \text{sen}[k(ct - x)] \quad (1.24)$$

Applicando l'equazione di Eulero si ottiene l'espressione della velocità:

$$u = u_m \text{sen}\left[\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)\right] = u_m \text{sen}[k(ct - x)] \quad (1.25)$$

dove:

$$p_m/u_m = \rho_o c \quad (1.26)$$

Questo risultato evidenzia che, nel caso di onda piana, p e u sono in fase, e che la fase è kx , dove $k = \omega/c = 2\pi/\lambda$ rappresenta il numero d'onda.

1.3.2. ONDA SFERICA

Consideriamo ora l'onda generata da una piccola sfera pulsante. Evidenti considerazioni di simmetria indicano che il fronte d'onda generato dalla sorgente ha forma sferica, per cui è conveniente scrivere l'equazione di propagazione e la relativa soluzione generale in coordinate sferiche:



$$\frac{\partial^2(rp)}{\partial r^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2(rp)}{\partial t^2}, \text{ con} \quad (1.27)$$

$$p = \frac{1}{r} f\left(t - \frac{r}{c}\right) + \frac{1}{r} g\left(t + \frac{r}{c}\right)$$

Procedendo in analogia al caso dell'onda piana, si ottengono le espressioni di p e u in funzione di t e r :

$$p = \frac{1}{r} p_m \text{sen}[k(ct - r)], \text{ e} \quad (1.28)$$

$$u = \frac{1}{\rho_o cr} p_m \text{sen}[k(ct - r) - \varphi] \sqrt{1 + \frac{1}{k^2 r^2}}$$

in cui $\varphi = \tan^{-1}(1/kr)$.

Il risultato evidenzia che, a differenza del caso piano, pressione e velocità delle particelle per un'onda sferica non sono in fase.

1.4. IMPEDENZE ACUSTICHE CARATTERISTICA E SPECIFICA

Nel caso di **onde piane**, il rapporto fra pressione sonora p e velocità delle particelle u , tra loro in fase, è una costante reale detta *impedenza acustica caratteristica* del mezzo di propagazione:

$$Z_0 = \frac{p}{u} = \rho_0 c \quad (1.29)$$

Nell'aria a $t = 20^\circ\text{C}$ e $p_0 = 1 \text{ bar}$ si ha $Z_0 = 415 \text{ Pa}\cdot\text{s}/\text{m}$.

In casi più generali, ed in particolare per le onde sferiche, il rapporto tra p ed u , non in fase, è una grandezza complessa detta *impedenza acustica specifica*:

$$Z_s = \frac{p}{u} = R_s + jX_s \quad (1.30)$$

dove:

R_s = resistenza acustica specifica

X_s = reattanza acustica specifica

Nel caso di **onde sferiche** si ha:

$$R_s = \rho_0 c \frac{(kr)^2}{1 + (kr)^2} \quad (1.31)$$

$$X_s = \rho_0 c \frac{kr}{1 + (kr)^2} \quad (1.32)$$

L'andamento delle quantità $\frac{R_s}{\rho_0 c}$ e $\frac{X_s}{\rho_0 c}$ è funzione di kr che è pari al rapporto tra due lunghezze: la circonferenza del fronte d'onda nella posizione considerata ($2\pi r$) e la lunghezza d'onda (λ).

$$kr = 2\pi r/\lambda$$

Si ha che:

- per $kr \gg 1$ ($r \gg \lambda$) la curvatura del fronte d'onda diviene trascurabile, per cui l'onda sferica si comporta praticamente come un'onda piana: p e u tendono ad essere in fase,

ovvero $\frac{R_s}{\rho_0 c}$ tende a uno e $\frac{X_s}{\rho_0 c}$ tende a zero, come nel caso

dell'onda piana in cui l'impedenza acustica è puramente reale. Pertanto:

$$R_s = \rho_0 c \quad X_s = 0$$

- per $kr \ll 1$ ($r \ll \lambda$) risulta invece $R_s < X_s$ e le componenti dell'impedenza acustica specifica tendono ai valori:

$$R_s = \rho_0 c (kr)^2 \quad X_s = \rho_0 c (kr)$$

Il valore di kr per il quale si può convenzionalmente identificare la transizione tra campo vicino e campo lontano è indicativamente pari a 10: pertanto, per $kr \approx 10$ risulta una distanza di transizione pari a $r \approx 1,6 \lambda$.

1.5. INTERFERENZA DI ONDE

Quando le perturbazioni acustiche sono di piccola ampiezza, l'effetto di due onde che si propagano in una stessa porzione di spazio è dato dalla somma lineare degli effetti che ciascuna onda produce singolarmente.

Nel caso di due onde armoniche di ampiezza p_1 e p_2 e di uguale frequenza f (vedi Figura 1.5), l'onda armonica risultante per effetto dell'interferenza fra le due onde costi-

tuenti ha uguale frequenza f e ampiezza che dipende, oltre che dall'ampiezza delle singole onde, anche dalla differenza di fase Δf . I casi limite si verificano quando le onde sono in fase ($\Delta f = 0^\circ$) e in opposizione di fase ($\Delta f = 180^\circ$): nel primo caso l'effetto dell'interferenza è di tipo costruttivo (l'ampiezza dell'onda risultante è infatti pari a $p_1 + p_2$) e causa una "amplificazione" del fenomeno, mentre nel secondo è di tipo distruttivo (l'ampiezza è pari a $p_1 - p_2$) e determina una parziale o totale "cancellazione" del fenomeno.

Un importante fenomeno di interferenza può verificarsi nel caso di propagazione monodimensionale nella direzione x di un'onda di lunghezza d'onda λ e ampiezza p_m in un volume chiuso - ad esempio in un tubo - delimitato ad un'estremità dalla sorgente sonora e all'estremità opposta da una terminazione rigida perfettamente riflettente, quando la distanza d tra le due estremità è pari a un multiplo intero di $\lambda/2$. Si generano quindi *onde stazionarie*.

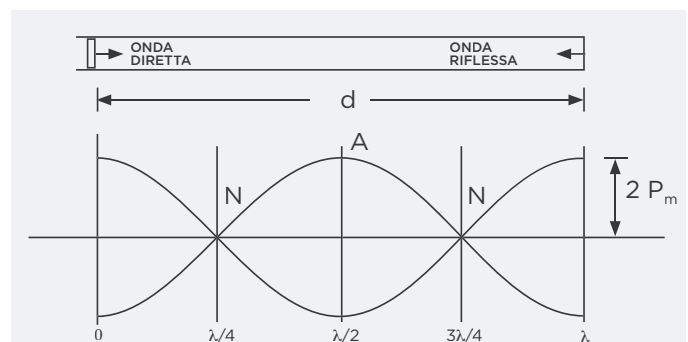


Figura 1.5 - Interferenza e onda stazionaria.

L'onda risultante dalla sovrapposizione fra onda diretta e onda riflessa (che hanno uguale ampiezza e lunghezza d'onda) è detta stazionaria in quanto, anziché "propagarsi" all'interno del tubo, presenta un'ampiezza che varia in funzione di x e t secondo la legge:

$$p = 2p_m \left(\cos \frac{2\pi x}{\lambda} \right) \cos(2\pi f t) \quad (1.33)$$

L'ampiezza dell'onda stazionaria è quindi identicamente nulla nei punti, detti *odi*, per cui:

$$x = \frac{\lambda}{4}, 3\frac{\lambda}{4}, 5\frac{\lambda}{4} \dots \quad (1.34)$$

e varia sinusoidalmente nel tempo con frequenza f tra i valori $\pm 2p_m$ nei punti, detti *ventri* (o *antinodi*), per cui:

$$x = \frac{\lambda}{2}, \lambda, 3\frac{\lambda}{2} \dots \quad (1.35)$$

Onde stazionarie che si instaurano fra due superfici riflettenti opposte di un ambiente sono dette *modi propri acustici*; indicando con d la distanza fra le due superfici si ha:

$$\text{- modo fondamentale } (f_{\min}, \lambda_{\max}) \quad f = \frac{c}{2d} \quad (1.36)$$

$$\text{- altri modi } (f > f_{\min}) \quad f = \frac{nc}{2d} \quad \text{con } n = 2, 3, 4, \dots \quad (1.37)$$

La presenza di onde stazionarie è dunque denunciata da variazioni spaziali regolari all'interno di un ambiente chiuso. Se l'onda non è puramente armonica, ma ha uno spettro complesso, sono ovviamente molti i modi acustici che

possono essere eccitati contemporaneamente. Come verrà meglio chiarito nel capitolo sull'acustica degli ambienti chiusi, al crescere del numero di modi eccitati, la presenza delle onde stazionarie diviene via via meno riconoscibile.

1.6. GRANDEZZE ENERGETICHE NEI FENOMENI ACUSTICI

Introduciamo ora le grandezze che permettono di quantificare il trasporto di energia meccanica associato alla propagazione delle onde sonore.

1.6.1. INTENSITÀ ACUSTICA I (W/m²)

L'intensità acustica I è definita come la quantità di energia che fluisce, nell'unità di tempo, attraverso una superficie di area unitaria perpendicolare alla direzione di propagazione dell'onda; l'intensità sonora è pari al prodotto $p \cdot u$.

Per un'onda piana progressiva armonica risulta:

$$I = p_m u_m \sin^2 \left[\omega \left(t - \frac{x}{c} \right) \right] \quad (1.38)$$

Il valore medio di I , valutato su un intervallo di tempo pari al periodo T , è:

$$\bar{I} = \frac{1}{T} \int_0^T I dt = \frac{1}{2} p_m u_m \quad (1.39)$$

ma:

$$\frac{p_m}{u_m} = \rho_o c \quad (1.40)$$

da cui:

$$\bar{I} = \frac{1}{2} \frac{p_m^2}{\rho_o c} \quad (1.41)$$

Si faccia ora riferimento al *valore efficace (rms)* della pressione sonora:

$$\hat{p} = \left[\frac{1}{T} \int_0^T p^2 dt \right]^{1/2} \quad (1.42)$$

Poiché per una grandezza sinusoidale risulta:

$$\hat{p} = \frac{p_m}{\sqrt{2}} \quad (1.43)$$

si ottiene:

$$\bar{I} = \frac{\hat{p}^2}{\rho_o c} \quad (1.44)$$

Si osservi che questo risultato vale sia per un'onda piana, sia per un'onda sferica, purché armonica.

L'intensità sonora è la grandezza normalmente utilizzata per quantificare l'energia acustica trasportata da un'onda progressiva che si propaga in *campo libero* (ad esempio, in uno spazio aperto).

1.6.2. DENSITÀ DI ENERGIA ACUSTICA D (J/m³)

La densità di energia D rappresenta l'energia acustica contenuta in un volume unitario del mezzo di propagazione. Per ricavare l'espressione di D si consideri un cilindro con base avente area unitaria, con l'asse parallelo alla direzione di pro-

pagazione e di altezza pari a c (velocità del suono = distanza percorsa dall'onda sonora nell'unità di tempo); poiché I rappresenta l'energia acustica che fluisce attraverso la base del cilindro nell'unità di tempo e poiché il volume del cilindro è pari a $I \cdot c$, risulta:

$$D = \frac{\bar{I}}{c} = \frac{\hat{p}^2}{\rho_o c} \quad (1.45)$$

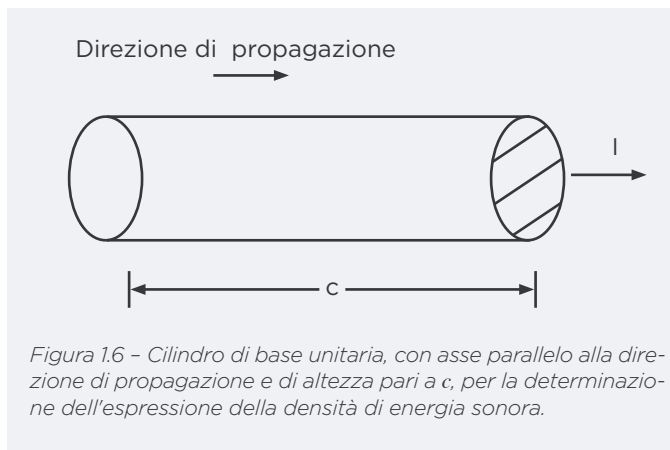


Figura 1.6 - Cilindro di base unitaria, con asse parallelo alla direzione di propagazione e di altezza pari a c , per la determinazione dell'espressione della densità di energia sonora.

La densità di energia sonora risulta particolarmente utile per quantificare fenomeni di *campo riverberato*, che si verificano in ambienti confinati in cui il campo acustico è caratterizzato dalla presenza di un elevato numero di onde sonore riflesse dalle pareti.

1.6.3. POTENZA ACUSTICA W (W)

La potenza acustica W rappresenta l'energia acustica irradiata, nell'unità di tempo, da una data sorgente sonora. Considerando una superficie di area S che circonda completamente la sorgente, situata a distanza sufficientemente grande da trovarsi in campo lontano, e indicando con I_s l'intensità incidente su un elemento dS , risulta:

$$W = \int_S I_s dS \quad (1.46)$$

Per una sorgente omnidirezionale racchiusa da una sfera di raggio r , essendo l'intensità incidente uniforme su tutta la superficie, risulta:

$$W = 4\pi r^2 I_s = 4\pi r^2 \frac{\hat{p}^2}{\rho_o c} \quad (1.47)$$

La potenza acustica può dunque essere utilizzata sia per quantificare l'emissione di una sorgente, sia per descrivere globalmente la trasmissione attraverso elementi quali pareti divisorie, condotti di distribuzione di fluidi, dispositivi di silenziamento, ecc.

1.7. LIVELLI SONORI E SCALA DEI DECIBEL

L'orecchio umano è in grado di percepire valori di pressione sonora che coprono un campo di oltre sei ordini di grandezza; inoltre, la risposta soggettiva agli stimoli acustici risulta ben correlata con la potenza sonora, che dipende dal quadrato della pressione, per cui il campo di variazione del fenomeno risulta dell'ordine di 10^{12} .

Data la difficoltà di elaborare numeri che coprono un campo così ampio di valori e considerato che la risposta soggettiva dell'apparato uditivo umano agli stimoli acustici è descritta meglio in termini logaritmici, si è affermata la consuetudine di esprimere molte delle grandezze utilizzate in acustica sulla scala logaritmica dei decibel.

Detta x una generica grandezza, proporzionale all'energia o alla potenza, il relativo livello L_x è definito come:

$$L_x = 10 \log_{10}(x/x_{ref}) \quad (1.48)$$

dove x_{ref} è il valore di riferimento della grandezza, per il quale si assume convenzionalmente $L_x = 0$.

Livello di pressione sonora L_p

$$L_p = 10 \log \left(\frac{p}{p_{ref}} \right)^2 = 20 \log \left(\frac{p}{p_{ref}} \right) \quad [\text{dB}] \text{ o } [\text{dB ref. } 20 \mu\text{Pa}] \quad (1.49)$$

$p_{ref} = 20 \mu\text{Pa}$ (corrispondente alla soglia convenzionale di udibilità a 1000 Hz)

Sia p che p_{ref} vanno intesi come valori efficaci della pressione sonora.

Livello di intensità sonora L_I

$$L_I = 10 \log \left(\frac{I}{I_{ref}} \right) \quad [\text{dB}] \text{ o } [\text{dB ref. } 10^{-12} \text{ W/m}^2] \quad (1.50)$$

$$I_{ref} = 10^{-12} \text{ W/m}^2 \quad (1.51)$$

Livello di potenza sonora L_W

$$L_W = 10 \log \left(\frac{W}{W_{ref}} \right) \quad [\text{dB}] \text{ o } [\text{dB ref. } 10^{-12} \text{ W}] \quad (1.52)$$

$$W_{ref} = 10^{-12} \text{ W} \quad (1.53)$$

Relazioni fra livelli sonori

Fra livello di pressione sonora L_p e livello di intensità sonora L_I può essere stabilito un semplice legame quantitativo, a partire dalla relazione fra p e I valida per un'onda progressiva piana o sferica:

$$I = \frac{p^2}{\rho_0 c} \quad (1.54)$$

da cui:

$$L_I = 10 \log \left(\frac{I}{I_{ref}} \right) = 10 \log \left(\frac{p^2}{\rho_0 c I_{ref}} \right) = 10 \log \left(\frac{p}{p_{ref}} \right)^2 + 10 \log \left[\frac{p_{ref}^2}{I_{ref}} \right] / \rho_0 c \quad (1.55)$$

ma:

$$10 \log \left(\frac{p}{p_{ref}} \right)^2 = L_p \quad (1.56)$$

$$\frac{p_{ref}^2}{I_{ref}} = \frac{(2 \cdot 10^{-5})^2}{10^{-12}} = 400 \text{ (kg m}^{-2} \text{ s}^{-1}) \quad (1.57)$$

$$\rho_0 c = Z_0 \quad (1.58)$$

per cui risulta infine:

$$L_I = L_p + 10 \log \left(\frac{400}{Z_0} \right) \quad (1.59)$$

dove $Z_0 = \rho_0 c$ rappresenta l'impedenza acustica caratteristica del mezzo di propagazione. Nel caso di propagazione in aria, alla temperatura di 39°C risulta esattamente $Z_0 = 400 \text{ (kg m}^{-2} \text{ s}^{-1})$, per cui $L_I = L_p$. In aria a 20°C si ha $Z_0 = 415 \text{ (kg m}^{-2} \text{ s}^{-1})$, per cui $L_I - L_p = 0,16 \text{ dB}$.

Analogamente, fra livello di potenza L_W e livello di intensità L_I sussiste il seguente legame:

$$I = \frac{W}{S} \quad (1.60)$$

da cui:

$$10 \log (W/W_{ref}) = 10 \log (I/I_{ref}) + 10 \log (S/S_{ref}) \quad \text{con } S_{ref} = 1 \text{ m}^2 \quad (1.61)$$

Pertanto, il livello di potenza sonora di una sorgente coincide con il livello di intensità incidente su una superficie di area unitaria che racchiude la sorgente medesima.

Operazioni sui livelli

In numerose situazioni di interesse pratico, ad esempio quando occorra valutare l'effetto combinato di due o più sorgenti sonore su un punto ricevente, è necessario effettuare operazioni sui livelli sonori. Assumendo che le onde sonore delle quali occorre sommare gli effetti siano fra loro incoerenti, per cui si possano trascurare i fenomeni di interferenza, è possibile applicare il principio di sovrapposizione degli effetti e determinare la pressione, potenza o intensità acustica complessiva semplicemente come somma dei contributi delle singole sorgenti.

Prendendo a titolo di esempio il livello di pressione sonora $L_{p,1+2}$ (ma considerazioni del tutto analoghe si applicano a intensità e potenza) risultante dalla somma dei contributi $L_{p,1}$ e $L_{p,2}$ di due sorgenti, si ha:

$$p^2 = p_{ref}^2 10^{L_p/10} \quad (1.62)$$

da cui, con semplici passaggi:

$$L_{p,1+2} = 10 \log (10^{L_{p,1}/10} + 10^{L_{p,2}/10}) \quad (1.63)$$

Lo stesso approccio può essere utilizzato sia per determinare il livello somma di un numero di contributi maggiore di due (sarà infatti sufficiente sommare tanti termini del tipo $10^{L_i/10}$ quanti sono i contributi in gioco), sia per sottrarre dal livello complessivo il contributo di una o più sorgenti.

Dalle considerazioni sopra esposte scaturiscono i seguenti risultati:

- il livello somma di due contributi identici è:

$$L_{p,1+2} = 10 \log (2 \cdot 10^{L_{p,1}/10}) = L_{p,1} + 10 \log (2) = L_{p,1} + 3 \text{ dB} \quad (1.64)$$

- se la differenza fra i livelli delle sorgenti 1 e 2 è di almeno 10 dB, il livello somma praticamente coincide con il maggiore dei due contributi iniziali.

Si osservi, infine, che le regole di somma e sottrazione dei livelli valgono indipendentemente dal valore dei livelli su cui si opera.

1.8. COMPOSIZIONE IN FREQUENZA DEI SUONI

La distribuzione del contenuto energetico di un suono in funzione della frequenza è definita dalla densità spettrale di potenza, $PSD(f)$:

$$PSD(f) = \frac{W}{\Delta f} \quad [W/Hz] \quad (1.65)$$

che rappresenta la potenza del segnale contenuta in una banda di ampiezza Δf .

L'equivalente della PSD in termini logaritmici è il *livello spettrale* L_f , definito dalla relazione:

$$L_f = 10 \log \left[\frac{PSD(f)}{10^{-12}} \right] \quad [dB] \quad (1.66)$$

che può essere interpretato come livello riferito ad una banda di ampiezza unitaria $\Delta f = 1 \text{ Hz}$.

L'andamento del livello spettrale in funzione della frequenza descrive lo spettro continuo di un segnale acustico; la Figura 1.7 illustra due specifici esempi, ovvero:

- un *tono puro*, ovvero un suono il cui contenuto energetico è interamente compreso in un'unica banda di frequenza definita;
- un *suono complesso*, la cui energia è distribuita su una banda di ampiezza pari all'intera gamma udibile, e il cui spettro è rappresentato da una curva continua.

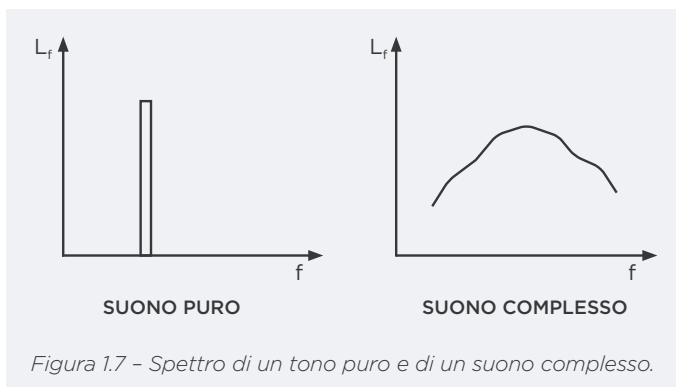


Figura 1.7 - Spettro di un tono puro e di un suono complesso.

Ai fini pratici è conveniente ricondurre uno spettro continuo ad una rappresentazione discreta, approssimando l'andamento del livello spettrale con un istogramma nel quale si suddivide il campo delle frequenze di interesse in intervalli finiti o *bande*. Ciascuna banda è individuata da una *frequenza nominale* f ed è delimitata dalle *frequenze di taglio* inferiore, f_1 , e superiore, f_2 , la cui differenza fornisce l'ampiezza di banda Δf .

Esistono sostanzialmente due criteri per definire la suddivisione in bande:

- bande ad ampiezza costante:

$$\Delta f = f_2 - f_1 = \text{cost} \quad (\text{per } \forall f) \quad (1.67)$$

- bande ad ampiezza percentuale costante:

$$\frac{\Delta f}{f} = \text{cost} \quad \frac{f_2}{f_1} = \text{cost} \quad f = \sqrt{f_2 \cdot f_1} \quad (1.68)$$

Bande ad ampiezza costante sono utilizzate nelle cosiddette *analisi in banda fine*, in cui si utilizza un'ampiezza di banda tipicamente pari a 1÷2 Hz. Tali analisi sono richieste,

ad esempio, nel caso in cui occorra caratterizzare in modo molto preciso il comportamento acustico o vibro-acustico di uno specifico dispositivo o macchinario, esigenza questa molto comune nel settore meccanico.

Bande ad ampiezza percentuale costante sono invece tipicamente utilizzate nelle applicazioni di acustica industriale, ambientale ed architettonica, ad esempio per quantificare la rumorosità di un luogo di lavoro, l'impatto ambientale di un impianto o la risposta acustica di un teatro.

Bande ad ampiezza percentuale costante

Le bande ad ampiezza percentuale costante maggiormente utilizzate fanno uso del concetto di *ottava*, che ha avuto origine in campo musicale. In acustica si generalizza il concetto di *ottava*, introducendo suddivisioni per bande di $1/n$ (un ennesimo) di *ottava*.

Riportiamo ora a titolo di esempio la suddivisione per bande di un'ottava ($n = 1$) e per bande di un terzo di ottava ($n = 3$), in assoluto le più utilizzate in acustica applicata.



Figura 1.8 - Schema di suddivisione per bande di ottava e di un terzo di ottava nel caso esemplificativo della frequenza di 1000 Hz.

La relazione che lega due frequenze nominali successive i e $i+1$ è:

$$\frac{f_{i+1}}{f_i} = 2 \quad \text{per } n = 1; \quad \frac{f_{i+1}}{f_i} = \sqrt[n]{2} \quad \text{per } n \text{ qualsiasi.} \quad (1.69)$$

Per una data banda, il legame fra frequenza nominale (f) e frequenze di taglio superiore (f_2) ed inferiore (f_1) è riportato in Tabella 1.1:

Tabella 1.1 - Legame fra frequenza nominale (f) e frequenza di taglio superiore (f_2) ed inferiore (f_1).

Per $n = 1$	Per n qualsiasi
$\frac{f_2}{f_1} = 2$	$\frac{f_2}{f_1} = \sqrt[n]{2}$
$f = \frac{f_2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} f_1$	$f = \sqrt[n]{2} f_1$

Si osservi che, per bande ad ampiezza percentuale costante, l'ampiezza di banda cresce proporzionalmente a f , in quanto per definizione si ha $\Delta f / f = \text{cost}$. I valori di tale costante sono riportati in Tabella 1.2 per n qualsiasi e per $n = 1$ ed $n = 3$.

Tabella 1.2 - Rapporto di crescita proporzionale all'ampiezza di banda Δf rispetto alla frequenza nominale f .

$\frac{\Delta f}{f} = \sqrt[n]{2} - \frac{1}{\sqrt[n]{2}} = \text{cost}$	$n=1$	$\frac{\Delta f}{f} = 0,7071 = \frac{\sqrt{2}}{2}$
	$n=3$	$\frac{\Delta f}{f} = 0,2316$

Livelli di banda

Il livello di banda L_b , esprime, sulla consueta scala logaritmica dei dB, il contenuto energetico di una banda di ampiezza definita. Per una generica banda di ampiezza Δf , ipotizzando che il livello spettrale L_f sia costante all'interno della banda (oppure che ne rappresenti un opportuno valor medio), si ricava il livello di banda con l'equazione:

$$L_b = L_f + 10 \log \Delta f \tag{1.70}$$

Si ha pertanto:

- Bande ad ampiezza costante $L_b - L_f = \text{cost}$
 - Bande ad ampiezza percentuale costante $L_b - L_f = 10 \log \Delta f$ (3 dB per ogni raddoppio di f)
 - Bande (1 e 2) di ampiezza diversa $L_{b,1} - L_{b,2} = 10 \log (\Delta f_1 / \Delta f_2)$
- I livelli di banda, per suddivisioni in banda di un'ottava (1) e di 1/3 di ottava (2), sono dunque legati dalla relazione:

$$L_{b,1} - L_{b,2} = 10 \log (0,7071/0,2316) = 4,85 \text{ dB} \tag{1.71}$$

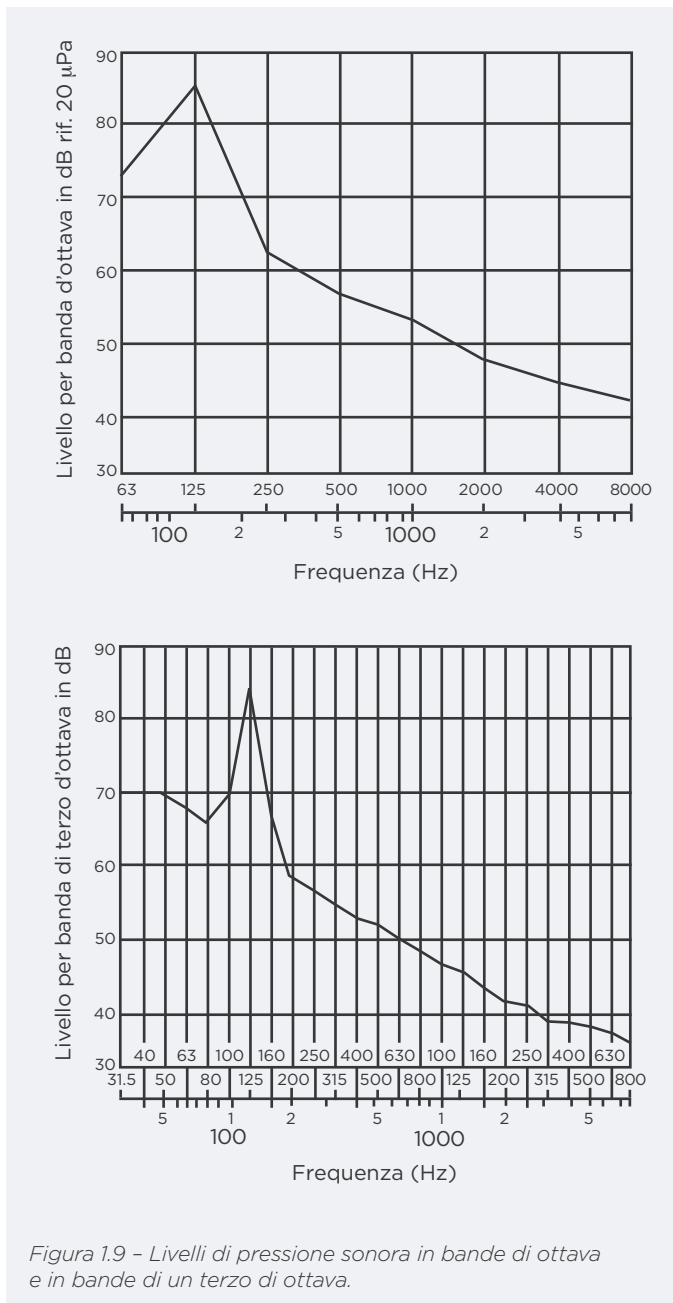


Figura 1.9 - Livelli di pressione sonora in bande di ottava e in bande di un terzo di ottava.

1.9. IL SUONO COME FENOMENO PERCETTIVO

Nei paragrafi precedenti sono state introdotte le principali grandezze che caratterizzano i suoni dal punto di vista fisico: pressione e intensità sonora, spettro di frequenza, forma d'onda, ecc. Nell'affrontare l'aspetto percettivo, che è oggetto di studio della *Psicoacustica*, si richiede evidentemente la definizione di nuove grandezze, attraverso le quali poter quantificare gli *attributi soggettivi* di un suono. Le caratteristiche soggettive fondamentali di un suono sono:

- l'*intensità soggettiva* (sovente denominata attraverso il termine inglese *loudness*) che esprime il "volume" di un suono ed è identificata nel linguaggio corrente con espressioni quali "suono debole" o "suono forte";
- l'*altezza tonale* (in inglese *pitch*), che permette di distinguere un suono grave da un suono acuto e che nella musica si identifica con una nota sulla scala musicale;
- il *timbro* (in inglese *timbre*), attributo qualitativo del suono, che permette di distinguere, ad esempio, una medesima nota suonata da strumenti diversi.

Sebbene le tre definizioni sopra esposte non esauriscano certamente la gamma delle caratteristiche soggettive di un suono, esse costituiscono la base di partenza per qualsiasi considerazione di Psicoacustica. In tale ambito, la prima fondamentale questione che deve essere affrontata è individuare le correlazioni che legano gli attributi soggettivi di un suono con le sue caratteristiche fisiche: in prima approssimazione si può affermare che l'intensità soggettiva è principalmente correlata con il contenuto energetico del suono e l'altezza tonale con le frequenze predominanti nel suo spettro; il timbro è legato invece prevalentemente alla forma d'onda e all'evoluzione temporale del segnale acustico.

1.9.1. FISILOGIA DELL'APPARATO Uditivo UMANO

L'orecchio può essere suddiviso dal punto di vista funzionale in tre parti, denominate orecchio *esterno*, orecchio *medio* e orecchio *interno*.

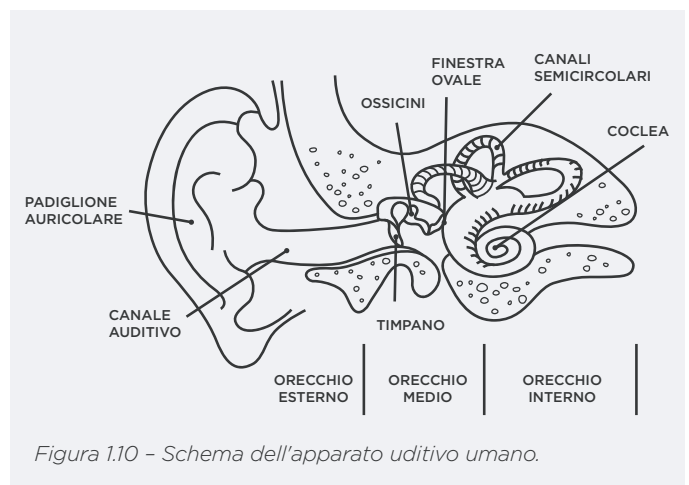


Figura 1.10 - Schema dell'apparato uditivo umano.

L'orecchio esterno è costituito dal *padiglione auricolare*, dal *condotto uditivo* e dal *timpano* che è una membrana molto sottile ed elastica in grado di reagire a sollecitazioni acustiche di piccolissima entità.

L'orecchio medio è una cavità che contiene tre ossicini denominati *martello*, *staffa* e *incudine*; gli ossicini sono tra loro collegati in modo da realizzare una catena cinematica in grado di trasmettere, amplificandolo, il movimento del timpano ad una seconda membrana, detta *finestra ovale*, che separa l'orecchio medio dall'orecchio interno. L'orecchio medio comunica con il cavo orale attraverso un sottile meato permeabile all'aria, detto *Tromba di Eustachio*: essa permette di adeguare la pressione nell'orecchio medio al valore esterno, in modo che entrambi i lati del timpano siano soggetti alla stessa pressione media, condizione essenziale affinché il timpano possa vibrare liberamente.

La parte più complessa dell'organo uditivo è l'orecchio interno. Esso è costituito da una cavità avvolta a chiocciola, denominata *coclea*, di sviluppo lineare pari a circa 30 mm e delimitata agli estremi dalla finestra ovale e dalla finestra tonda. La coclea è piena di liquido e ospita al suo interno la *membrana basilare*, a cui è collegato l'*Organo del Corti*, che contiene le terminazioni del nervo uditivo.

Le onde sonore convogliate dal condotto uditivo (la cui frequenza propria è prossima ai 4 kHz) mettono in vibrazione il timpano. La catena cinematica martello-staffa-incudine agisce da adattatore di impedenza fra l'aria (presente nell'orecchio esterno e medio) ed il liquido presente nell'orecchio interno: grazie all'azione di amplificazione la pressione che agisce sull'orecchio interno attraverso la finestra ovale risulta circa 90 volte superiore alla pressione acustica nell'aria che sollecita il timpano.

Le terminazioni nervose dell'organo del Corti sono selettivamente sensibili alle varie frequenze come esemplificato in Figura 1.11; l'onda stazionaria che si instaura nella coclea presenta infatti i propri massimi in posizioni che dipendono dalle frequenze del suono: le terminazioni situate in prossimità della finestra ovale reagiscono alle frequenze più elevate, mentre le terminazioni vicine alla finestra tonda sono sensibili alle frequenze più gravi, come rappresentato in figura.

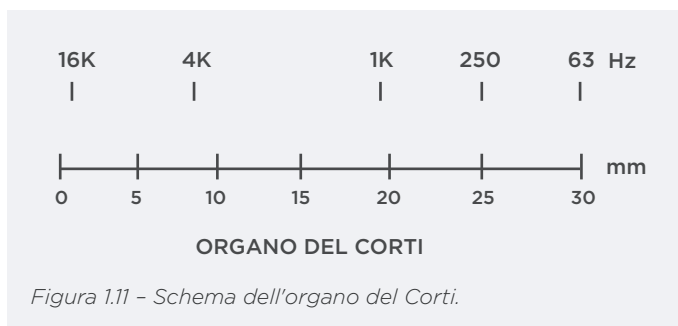


Figura 1.11 - Schema dell'organo del Corti.

1.9.2. SCALE SOGGETTIVE DI PERCEZIONE DEI LIVELLI SONORI

I primi tentativi di costruire una scala soggettiva di percezione dei livelli sonori fecero uso di una legge empirica, denominata *Legge psico-fisica di Weber-Fechner*, la quale afferma che la minima variazione incrementale, ΔS , di una sensazione soggettiva S è proporzionale alla minima variazione incrementale relativa, $\Delta G/G$, dello stimolo G che determina la sensazione:

$$\Delta S = K \left(\frac{\Delta G}{G} \right) \tag{1.72}$$

Fletcher ipotizzò valida la Legge di Weber-Fechner per variazioni infinitesime di sensazioni acustiche:

$$dS = K \left(\frac{dI}{I} \right) \tag{1.73}$$

da cui:

$$S = K \ln I + \text{cost} \tag{1.74}$$

Imponendo la condizione $S = 0$ per $I = I_s$ (valore di soglia dello stimolo) e ponendo $K = 10 \cdot \log_{10}$ e risulta:

$$S = 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{I}{I_s} \right) \tag{1.75}$$

che rappresenta l'espressione della *loudness* di un suono secondo Fletcher. Il risultato definisce una scala di valutazione espressa in dB e quindi simile alla scala dei livelli sonori, salvo per la diversa definizione del valore di soglia. Infatti, prove di ascolto condotte su opportuni campioni di popolazione, utilizzando quali segnali acustici toni puri di frequenza variabile, hanno evidenziato come la soglia di udibilità non sia costante, ma dipenda apprezzabilmente dalla frequenza del suono, come si può osservare in Figura 1.12.

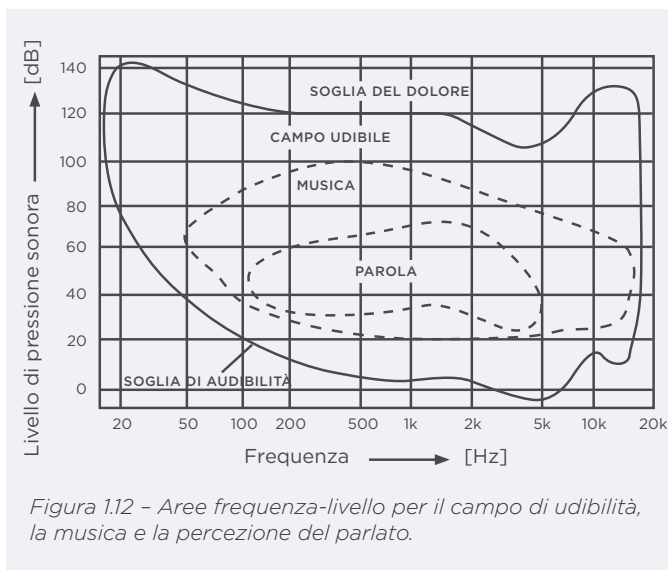


Figura 1.12 - Aree frequenza-livello per il campo di udibilità, la musica e la percezione del parlato.

Applicando il criterio di Fletcher risulta che le curve di ugual sensazione sonora hanno tutte la stessa forma della curva di soglia, rispetto alla quale sono ovviamente traslate verso l'alto in ragione del valore via via crescente dello stimolo. Tale risultato è abbastanza corretto nell'intervallo centrale dell'udibile, ovvero fra 500 e 2000 Hz circa, mentre al di fuori di tale intervallo la forma delle curve di ugual sensazione presenta apprezzabili differenze al variare del livello, come è dimostrato da studi sulle cosiddette *soglie incrementali*.

Attraverso tali studi sono state determinate le minime variazioni dello stimolo (intensità sonora o frequenza) in grado di determinare una variazione avvertibile di sensazione: poiché i risultati variano in funzione del livello dello stimolo e della frequenza, la semplice espressione logaritmica della *loudness* inizialmente proposta da Fletcher risulta non del tutto corretta.

1.9.3. AUDIOGRAMMA NORMALE E SCALA DEI PHON

Partendo dalle considerazioni sopra esposte, Fletcher propose successivamente un criterio di valutazione soggettiva basato su un confronto binario di toni puri, uno dei quali, di frequenza fissa 1000 Hz, svolge la funzione di tono di riferimento. Il criterio si fonda sui seguenti presupposti:

- Alla frequenza di 1000 Hz, la scala oggettiva dei *livelli sonori L* espressi in dB e la scala dei livelli soggettivi *P* espressi in phon coincidono (ad es. un tono puro di frequenza 1000 Hz e livello 60 dB ha un livello soggettivo di 60 phon).
- Le prove di ascolto permettono di tracciare le curve di uguale livello soggettivo, dette *curve isofoniche*.
- I risultati sono riassunti in un diagramma, detto *Audiogramma normale*, la cui forma dipende dalle condizioni di ascolto (in cuffia, in campo libero, in campo diffuso, ecc.). Vengono riportati nelle figure di seguito due esempi di Audiogramma: nell'ordine, quello originariamente costruito da Fletcher e Munson, riportato in Figura 1.13, valido per ascolto binaurale in cuffia, e quello tratto dalla norma ISO-R226 e riportato in Figura 1.14, valido per ascolto binaurale in campo libero con sorgente (altoparlante) disposta di fronte all'ascoltatore.

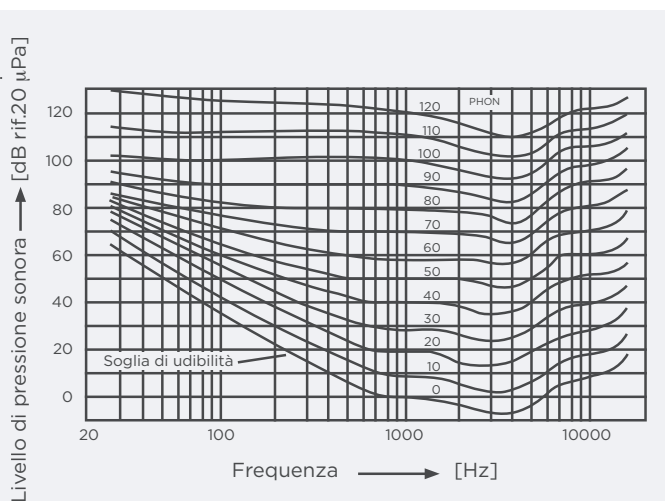


Figura 1.13 - Audiogramma di Fletcher e Munson.

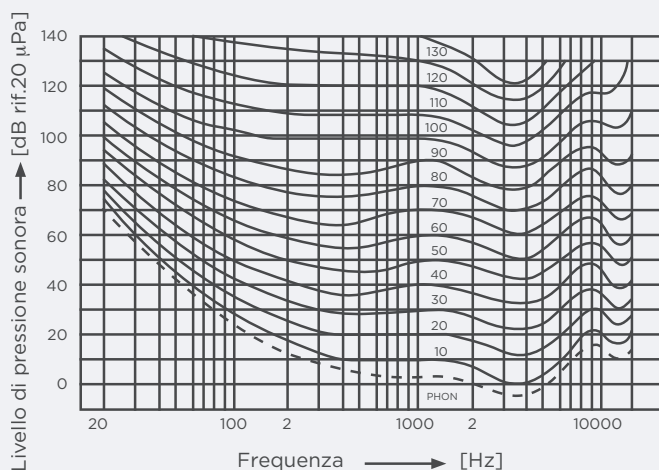


Figura 1.14 - Audiogramma ISO-R226.

1.9.4. EFFETTI E DESCRITTORI DEL RUMORE

Con il termine *rumore* si definisce in generale qualsiasi suono che abbia effetti negativi sulle persone ad esso esposte. La gamma degli effetti che il rumore può determinare sulle persone spazia dal semplice fastidio, ovvero da una più o meno indefinita sensazione di scontentezza (fortemente influenzata da fattori soggettivi, psicologici o culturali) fino alle conseguenze di carattere sanitario. Nella letteratura medico-igienistica gli effetti del rumore sono principalmente classificati nelle due categorie del *danno* e del *disturbo*.

Per *danno da rumore* si intende qualsiasi effetto sulla salute che sia almeno parzialmente irreversibile e che sia oggettivamente attribuibile all'esposizione al rumore. L'esempio tipico di *danno specifico* è la cosiddetta *ipoacusia professionale*, ovvero la riduzione della capacità uditiva che un lavoratore, esposto a situazioni che superino determinate soglie di rumorosità, può sviluppare nel corso degli anni di attività lavorativa.

Va comunque sottolineato che il rumore può determinare anche *danni non specifici*, ovvero che riguardano altri aspetti della salute, quali l'ipertensione, l'alterazione del metabolismo, ecc.

Con il termine *disturbo da rumore* si identifica invece quel complesso di effetti, oggettivamente ascrivibili al rumore ma di natura prettamente transitoria, di cui sono esempi tipici l'interferenza con la comprensione del parlato, la difficoltà di concentrazione nello svolgimento di attività intellettualmente impegnative, l'interferenza con il sonno, ecc. Mentre il danno da rumore interessa principalmente l'ambito del rischio professionale, il disturbo è associato a qualsiasi fenomeno di rumore ambientale e riguarda quindi non solo i lavoratori ma la popolazione in senso lato.

Per entrambe le problematiche sopra citate, sono ampiamente documentati in letteratura i risultati di studi (di taglio epidemiologico o socio-acustico) eseguiti su significativi campioni di soggetti esposti al rumore, che hanno permesso di identificare i *descrittori acustici* idonei a quantificare il legame fra dose di rumore percepito ed effetti sull'individuo: i limiti di esposizione indicati dalle leggi in vigore in Italia e in altri Paesi, sia per quanto riguarda il rischio di danno da rumore industriale, sia per quanto riguarda la tutela della popolazione dal disturbo associato al rumore ambientale, sono in effetti basati su raccomandazioni internazionali che hanno recepito i risultati degli studi suddetti.

Livelli sonori ponderati

Allo stato attuale delle conoscenze, il criterio maggiormente utilizzato per correlare effetti soggettivi ed esposizione al rumore si basa sull'impiego della *ponderazione in frequenza* dei segnali acustici. La Figura 1.15 mostra l'andamento delle varie curve di ponderazione in frequenza proposte (identificate con le lettere A ÷ C), due delle quali sono oggi maggiormente utilizzate: la Curva A e la Curva C.

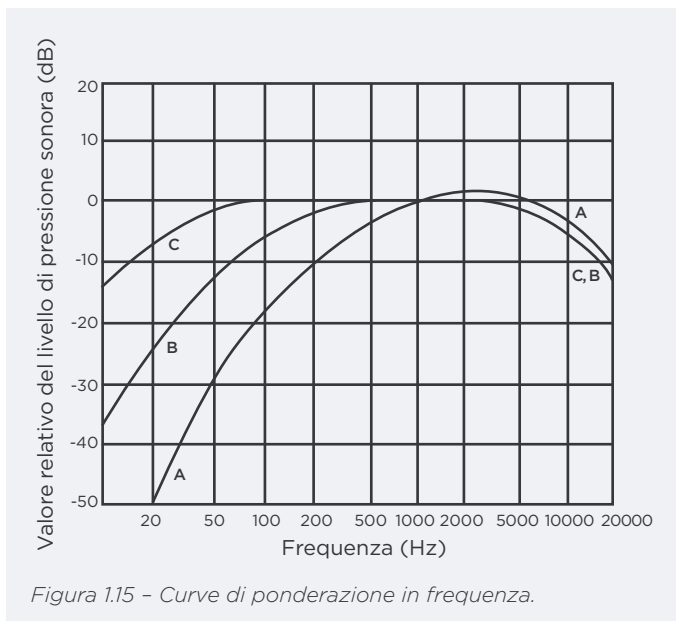


Figura 1.15 - Curve di ponderazione in frequenza.

La Curva A - che riveste particolare importanza per il suo largo impiego nelle disposizioni normative che riguardano l'esposizione al rumore sia in campo ambientale, sia in ambito industriale - riproduce in forma semplificata l'andamento delle curve isofoniche dell'audiogramma normale. La ponderazione consiste nell'applicare ai livelli di banda d'ottava o di terzi d'ottava misurati una correzione che tiene conto della diversa sensibilità uditiva alle diverse frequenze: la correzione è per convenzione nulla a 1000 Hz, è positiva (ancorché piccola: la correzione massima è infatti +1,3 dB a 2500 Hz) tra 1000 e 5000 Hz ed è negativa al di fuori di tale intervallo; particolarmente evidente risulta l'abbattimento applicato alle componenti di bassa frequenza (ad es. -16,1 dB a 125 Hz, -39,4 dB a 31,5 Hz).

Il livello che si ottiene dalla somma logaritmica dei livelli di banda corretti è detto livello globale ponderato A; esso viene generalmente identificato con il simbolo L_A e la relativa unità di misura è convenzionalmente indicata come dB(A).

A questo riguardo si può osservare che:

- la ponderazione A può essere applicata indifferente ai livelli di pressione, intensità e potenza sonora;
- gli strumenti attuali per le misure acustiche (fonometri, analizzatori real-time, ecc.) effettuano in automatico e in tempo reale la ponderazione in frequenza del segnale per via hardware;
- un segnale acustico non ponderato viene definito *lineare* e in tal caso si possono utilizzare i termini "ponderazione lineare" e "livello L_{lin} espresso in dB(lin)";
- uguali valori di L_A possono derivare da segnali con diverso L_{lin} ; in genere i casi in cui $L_A < L_{lin}$ denotano suoni ricchi di componenti di frequenza medio-bassa, mentre la situazione opposta si verifica quando il massimo contenuto energetico del segnale è concentrato nell'intervallo 1000 ÷ 5000 Hz;
- considerazioni analoghe si applicano nel caso delle altre curve di ponderazione: la curva C, che è più piatta di quella A, si applica nella valutazione degli effetti di suoni molto intensi (cfr. andamenti delle isofoniche).

Livello sonoro equivalente continuo

Un altro problema è la valutazione degli effetti di rumori variabili nel tempo; a questo scopo è largamente utilizzato, quale descrittore, il *livello equivalente continuo* L_{eq} .

$$L_{eq} = 10 \log \left[\frac{1}{T} \int_0^T \frac{p^2(t)}{p_{ref}^2} dt \right] \quad (1.76)$$

L_{eq} rappresenta il livello di un ipotetico segnale costante nel tempo il cui contenuto energetico è uguale a quello del segnale variabile in esame. L'impiego del L_{eq} quale descrittore del rumore variabile nel tempo si giustifica sulla base della considerazione che gli effetti di danno e disturbo sono generalmente ben correlati con la dose di energia acustica ricevuta dal soggetto esposto al rumore. Tipicamente il livello equivalente è riferito alla pressione sonora ponderata A, per cui si utilizza il simbolo L_{Aeq} .

1.10. LA PROPAGAZIONE DEL SUONO IN CAMPO LIBERO

Condizioni di *campo sonoro libero ideale* si verificano nel caso di mezzo di propagazione omogeneo, isotropo e non dissipativo ed in assenza di ostacoli interposti tra sorgente e punti ricevitori. A tale schematizzazione sono riconducibili, almeno in prima approssimazione, i problemi di propagazione sonora negli ambienti aperti.

Nella gran parte dei casi la sorgente sonora può essere approssimata ad una sorgente puntiforme che produce onde sferiche. Una sfera pulsante di raggio $r_0 \leq \approx \lambda/6$ è il più semplice esempio di sorgente sonora puntiforme omnidirezionale; essa genera infatti un campo d'onde sferico di intensità uniforme in tutte le direzioni. Molte sorgenti di interesse pratico possono essere rappresentate secondo questo semplice modello, in particolare, quando l'analisi è orientata alla propagazione del suono a grande distanza dalla sorgente stessa. Più comunemente le sorgenti sono direzionali, cioè la potenza sonora viene irradiata più in certe direzioni che in altre. Il fattore di direttività Q viene introdotto al fine considerare le proprietà direzionali di una sorgente e si definisce come rapporto tra l'intensità sonora su un asse stabilito (in genere quello di massima emissione), valutato ad una distanza r dalla sorgente, e l'intensità che verrebbe prodotta nella stessa posizione da una sorgente puntiforme omnidirezionale se questa irradiasse la stessa potenza della sorgente reale. La direttività della sorgente può essere alternativamente espressa attraverso l'Indice di direttività, ID , definito dalla relazione:

$$ID = 10 \log Q \quad (1.77)$$

Per una sorgente omnidirezionale in un campo libero ideale $Q = 1$ e $ID = 0$ dB. Una sorgente omnidirezionale in prossimità di una superficie riflettente o di più pareti riflettenti irradia solo in una porzione di spazio. La Figura 1.16 riporta graficamente i valori di Q e ID per sorgenti puntiformi in diverse posizioni: per sorgenti poste in prossimità di pavimenti riflettenti $Q = 2$ e $ID = 3$ dB, per sorgenti posizionate lungo uno spigolo tra due superfici riflettenti $Q = 4$ e $ID = 6$ dB, per sorgenti collocate in un vertice fra tre pareti riflettenti $Q = 8$ e $ID = 9$ dB.

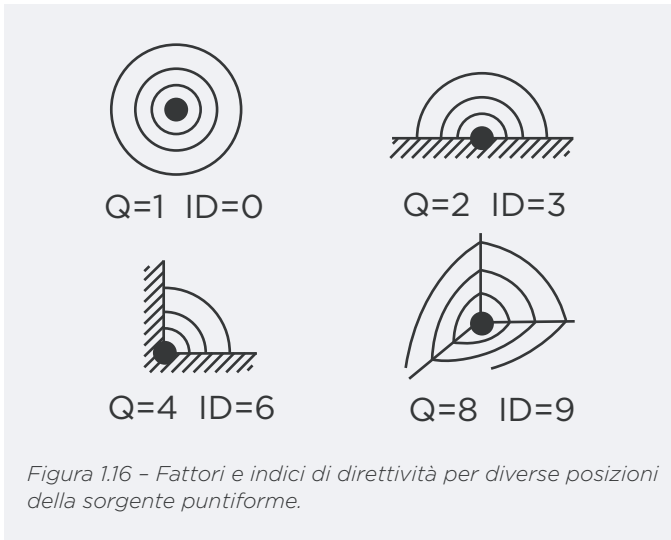


Figura 1.16 - Fattori e indici di direttività per diverse posizioni della sorgente puntiforme.

Indicando con S una sorgente sonora puntiforme, di cui è nota la potenza W ed il fattore di direttività Q nella direzione sorgente-ricevitore (vedi Figura 1.17), è possibile calcolare il livello di intensità (che assumeremo coincidere numericamente con il livello di pressione sonora) nel punto ricevitore, situato a distanza d dalla sorgente, attraverso la seguente relazione:

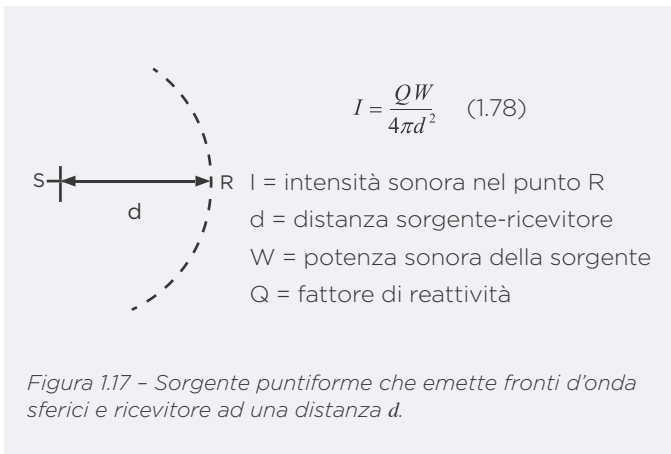


Figura 1.17 - Sorgente puntiforme che emette fronti d'onda sferici e ricevitore ad una distanza d .

In termini di livelli, introducendo i valori di riferimento

$I_{ref} = 10^{-12} \text{ W/m}^2$, $W_{ref} = 10^{-12} \text{ W}$, $A_{ref} = 1 \text{ m}^2$, si ottiene:

$$\frac{I}{I_{ref}} = Q \frac{W}{W_{ref}} \frac{A_{ref}}{4\pi d^2}$$

$$10 \log \frac{I}{I_{ref}} = 10 \log Q + 10 \log \frac{W}{W_{ref}} + 10 \log A_{ref} - 10 \log 4\pi - 10 \log d^2$$

$$L_I \cong L_p = ID + L_w + 0 - 11 \text{ dB} - 20 \log d \quad (1.79)$$

In definitiva:

$$L_p(d) = L_w + ID - 11 - 20 \log(d) \quad (1.80)$$

$$L_p(d_1) = L_p(d_2) - 20 \log\left(\frac{d_2}{d_1}\right) \quad (1.81)$$

Il termine $20 \log(d)$ che compare nelle precedenti equazioni rappresenta l'attenuazione per *divergenza geometrica*

dell'onda; questo termine dipende dalla forma del fronte d'onda (in questo caso *sferica* in quanto si è considerata puntiforme la sorgente sonora). La diminuzione del livello sonoro risultante è pari a -6 dB per ogni raddoppio di distanza.

Il livello di pressione sonora nelle condizioni reali risulta, a parità di distanza, generalmente inferiore a quello calcolato con le equazioni riferite al caso ideale, in quanto intervengono ulteriori termini di attenuazione dovuti alla dissipazione (assorbimento) nel mezzo di propagazione, alle condizioni meteorologiche, all'assorbimento del terreno, alla presenza di schermi.

L'assorbimento del mezzo di propagazione è determinato dalla dissipazione di energia dovuto sia alla conduzione termica e alla viscosità dell'aria, nonché all'effetto di transizioni rotazionali e vibrazionali nelle molecole di O_2 . Tali effetti, più evidenti alle frequenze elevate e nel caso di aria secca, interessano la propagazione a grandi distanze: ad esempio, per un rumore rosa si ha tipicamente un'attenuazione di circa 3 dB per distanze dell'ordine di $500 \div 600 \text{ m}$.

1.11. ACUSTICA DEGLI AMBIENTI CHIUSI

1.11.1. DESCRIZIONE MODALE DELL'ACUSTICA DI UNA SALA

La percezione del suono in uno spazio chiuso è notevolmente influenzata dal contributo delle onde sonore che raggiungono l'ascoltatore dopo avere subito una o più riflessioni da parte delle superfici che delimitano l'ambiente, apporto che si somma a quello dell'onda diretta. Poiché la distanza percorsa dalle onde riflesse è sempre maggiore di quella percorsa dall'onda diretta, si verifica un ritardo tra la ricezione dell'onda diretta, delle onde derivanti dalle prime riflessioni e delle onde associate alle riflessioni successive (vedi Figura 1.18). Come verrà meglio chiarito nel seguito, è proprio l'entità di tali ritardi a determinare la qualità acustica dell'ambiente.

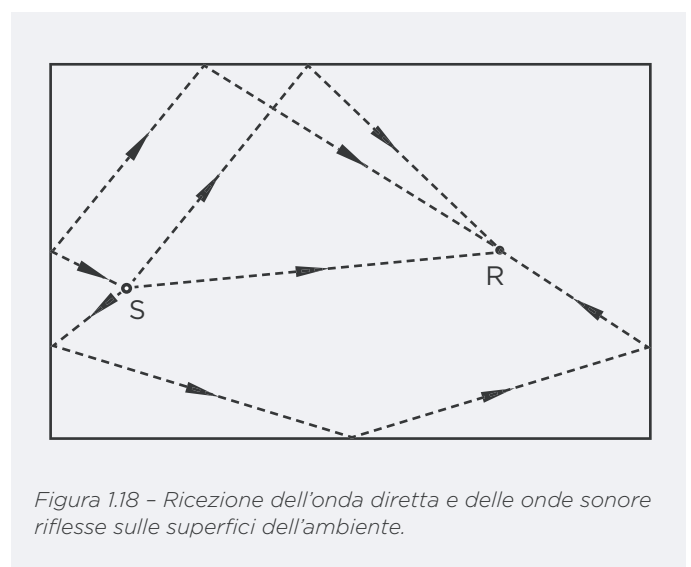
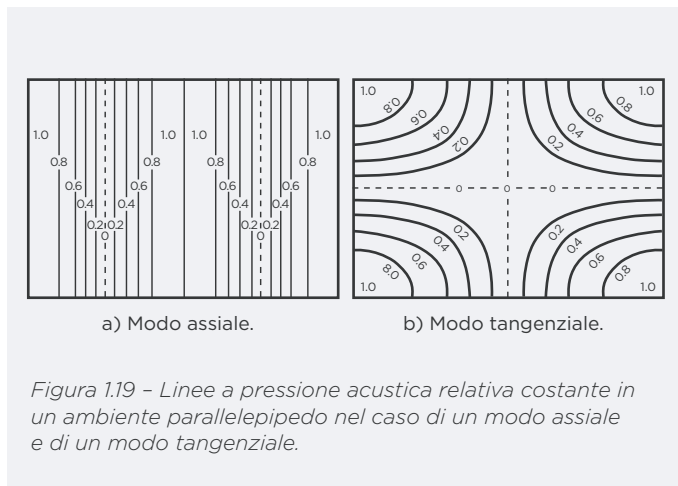


Figura 1.18 - Ricezione dell'onda diretta e delle onde sonore riflesse sulle superfici dell'ambiente.

Il campo sonoro che si instaura in un ambiente chiuso è dunque notevolmente più complesso di quello che si verifica negli spazi aperti, poiché è dato dalla sovrapposizione di un campo *diretto* e di un campo *riverberato* (aggettivo derivato dal termine *riverberazione* che identifica le multiple riflessioni delle onde acustiche nell'ambiente chiuso).

Nel caso di geometrie semplici (ad esempio in una stanza parallelepipedica) e di sorgente armonica di ampiezza costante, è possibile ricavare una soluzione analitica chiusa del campo sonoro. Tale soluzione evidenzia che la pressione sonora in un punto è data dalla somma dei contributi di ciascun *modo acustico proprio* dell'ambiente, ovvero delle onde stazionarie che, analogamente a quanto accade in un tubo chiuso ad un'estremità, si instaurano nell'ambiente.

È importante precisare che, in qualsiasi ambiente reale, le direzioni di propagazione delle onde acustiche sono molteplici per cui è opportuno classificare i modi acustici in tre categorie dipendenti da come le onde si propagano rispetto all'orientamento delle pareti: i *modi assiali* si instaurano quando le onde viaggiano in direzione parallela a uno degli assi coordinati e incidono perpendicolarmente a una coppia di pareti contrapposte; i *modi tangenziali* quando le onde si propagano su piani paralleli a piani coordinati e incidono su due coppie di pareti contrapposte; i *modi obliqui* quando le direzioni di propagazione sono oblique rispetto agli assi coordinati e le onde interagiscono con tutte le pareti. In Figura 1.19 sono rappresentate le linee di pressione acustica relativa costante nel caso di modo assiale (a) e di modo tangenziale (b).



Quando la frequenza della sorgente è prossima alla frequenza naturale di un modo, tale modo viene eccitato in risonanza e si verifica un'amplificazione della forma modale e quindi un incremento della pressione sonora. Il numero di modi N che possono essere eccitati in risonanza all'interno di una banda di ampiezza unitaria attorno alla frequenza f è dato dalla *densità modale*:

$$\frac{dN}{df} = \frac{4\pi f^2 V}{c^3} \quad [Hz^{-1}] \quad (1.82)$$

dove V è il volume dell'ambiente.

La Tabella 1.3 riporta la densità modale alle varie frequenze per un ambiente parallelepipedo di dimensioni $10 \times 5 \times 3 \text{ m}$ ($V = 150 \text{ m}^3$), assumendo $c = 343 \text{ m/s}$:

Tabella 1.3 - Densità modale in funzione della frequenza per un ambiente di volume pari a 150 m^3 .

f (Hz)	31,5	63	125	250
dN/df (Hz ⁻¹)	0,05	0,19	0,73	2,92

Alle frequenze basse ($f < 100 \text{ Hz}$ circa) la densità modale è piccola e quindi pochi modi contribuiscono efficacemente al campo acustico, per cui si verificano ampie fluttuazioni spazio-temporali della pressione sonora. Alle alte frequenze, invece, poiché il numero di modi eccitati in risonanza è elevato, si verifica una distribuzione più omogenea della pressione sonora (e quindi dell'energia sonora) all'interno dell'ambiente.

Questo risultato suggerisce che lo studio della risposta acustica di un ambiente deve essere affrontato, a seconda dei casi, con approcci differenti:

- alle basse frequenze, l'*approccio modale* è essenziale per ottenere una descrizione accurata del campo sonoro;
- alle alte frequenze, poiché il grado di sovrapposizione dei modi acustici è elevato, è adeguato studiare il problema con un *approccio statistico*.

La frequenza al di sopra della quale è corretto applicare l'approccio statistico, detta *frequenza di Schroeder*, è stimabile con l'espressione:

$$f_{lim} \approx 2000 \sqrt{\frac{T}{V}} \quad (\text{Hz}) \quad (1.83)$$

dove T è il tempo di riverberazione dell'ambiente. Nell'esempio precedente, assumendo $T = 0,7 \text{ s}$, si ha:

$$f_{lim} \approx 137 \text{ Hz}$$

Considerando invece un ambiente da 2000 m^3 con $T = 1 \text{ s}$ si trova:

$$f_{lim} \approx 22 \text{ Hz}$$

Pertanto, si può concludere che per i grandi ambienti l'approccio statistico è, in linea generale, applicabile su tutta la gamma delle frequenze udibili.

Più precisamente, l'approccio statistico implica assumere valida l'ipotesi di *campo sonoro diffuso*, ovvero di una situazione in cui, in media, tutti gli apporti di energia sonora dei numerosissimi modi acustici eccitati in risonanza giungono nel punto ricevitore con *direzioni di incidenza casuali*.

In pratica il campo sonoro in un ambiente chiuso verrà descritto ed analizzato come frutto della sovrapposizione di un *campo diretto* e di un *campo riverberato*, quest'ultimo rappresentato come campo diffuso: tale situazione è generalmente definita come *campo sonoro semiriverberato*.

1.11.2. INTERAZIONE ONDA SONORA - PARETE

Prima di affrontare lo studio del campo sonoro in un ambiente chiuso occorre richiamare i fenomeni che avvengono quando un'onda sonora incide su una parete di estensione indefinita (vedi Figura 1.20) tale quindi da non determinare fenomeni di diffrazione ai bordi. Si indichi con I l'intensità dell'onda sonora incidente, con I_r l'intensità dell'onda riflessa, con I_t l'intensità dell'onda trasmessa attraverso la parete all'ambiente confinante e con I_d la potenza sonora per unità di area dissipata per attrito interno nella parete.

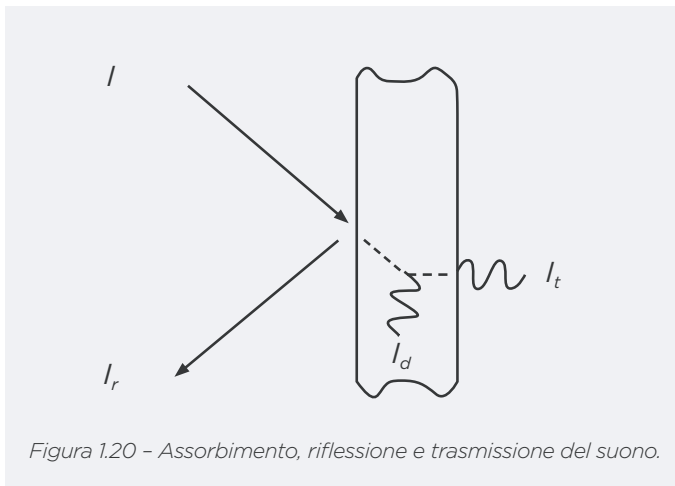


Figura 1.20 - Assorbimento, riflessione e trasmissione del suono.

Il bilancio energetico del sistema indica:

$$I = I_r + I_t + I_d \quad (1.84)$$

da cui:

$$r + t + d = 1 \quad (1.85)$$

dove:

$$r = \frac{I_r}{I} \text{ coefficiente di riflessione}$$

$$t = \frac{I_t}{I} \text{ coefficiente di trasmissione}$$

$$d = \frac{I_d}{I} \text{ coefficiente di dissipazione}$$

Dal punto di vista della risposta acustica dell'ambiente in cui è collocata la sorgente, determinante è la quota di energia riflessa, mentre non ha interesse discriminare tra energia dissipata ed energia trasmessa all'ambiente adiacente, che è invece fattore determinante nei pro-

blemi di *isolamento acustico* tra locali confinanti.

Si definisce allora *coefficiente di assorbimento acustico apparente* (nel seguito, per brevità, indicato semplicemente come coefficiente di assorbimento):

$$a = d + t = I - r \quad (1.86)$$

I materiali più utilizzati nelle costruzioni in campo civile e industriale (laterizi, intonaci, calcestruzzo, rivestimenti lapidei e ceramici, metalli, ecc.) presentano valori di coefficiente di assorbimento piuttosto bassi (in genere $a < 0,1$) su tutto il campo delle frequenze di interesse (tipicamente $f = 125 \div 4000$ Hz). Più elevato è invece l'assorbimento acustico determinato dai rivestimenti e dagli arredi in tessuto (tende, moquette, ecc.) nonché dalle stesse persone. Infine, si definiscono *materiali fonoassorbenti* quei materiali che hanno la specifica funzione di dissipare energia sonora in specifici intervalli di frequenza.

1.11.3. CAMPO SONORO SEMIRIVERBERATO IN REGIME PERMANENTE

Un elemento di volume V , immerso in un campo sonoro semiriverberato, contiene un'energia sonora volumica D che è somma dei contributi del campo diretto, D_d , e del campo riverberato (diffuso), D_r . Analogamente si può osservare che una superficie di area ΔS , interna all'elemento di volume V , è attraversata da flussi di energia sonora associati sia all'onda diretta, sia alle onde riflesse che incidono sulla superficie con direzioni casuali (ipotesi del campo diffuso).

Il contributo del campo diretto si calcola con le note equazioni di campo libero:

$$I_d = \frac{QW}{4\pi r^2} \quad (1.87)$$

$$D_d = \frac{I_d}{c} \quad (1.88)$$

dove Q e W sono rispettivamente il fattore di direttività e la potenza della sorgente, r la distanza tra sorgente ed elemento/superficie ricevente.

Il contributo del campo riverberato si determina da un bilancio di potenza acustica che, in regime stazionario, assume la forma:

$$W(1 - a_m) = I_r a_m S \quad (1.89)$$

dove a_m è il valor medio del coefficiente di assorbimento acustico a_i di tutte le superfici che delimitano l'ambiente. Tale parametro si calcola, note l'area S_i e il coefficiente di assorbimento a_i di tutte le superfici (arredi e persone incluse), con l'equazione:

$$a_m = \frac{\sum a_i S_i}{\sum S_i} = \frac{\sum a_i S_i}{S} \quad (1.90)$$

Il primo membro dell'equazione di bilancio rappresenta la potenza sonora che "alimenta" il campo riverberato, pari alla potenza immessa in ambiente dalla prima riflessione delle onde sonore che incidono sulle pareti. A regime essa è uguale alla potenza che viene sottratta al campo sonoro dall'assorbimento delle pareti stesse. L'intensità del campo riverberato risulta dunque:

$$I_r = \frac{W}{R} \quad (1.91)$$

dove R rappresenta la costante acustica della sala:

$$R = \frac{a_m S}{(1 - a_m)} \quad (1.92)$$

Nel caso della componente riverberante, il legame fra densità di energia e intensità è del tipo:

$$I_r = \frac{cD_r}{4} \quad (1.93)$$

Ovvero, l'intensità di campo riverberato è un quarto di quella di campo diretto, caso in cui la superficie ricevente è investita esclusivamente da onde provenienti da un'unica direzione e con incidenza perpendicolare.

L'introduzione del fattore 4 al denominatore si giustifica sulla base delle due seguenti considerazioni:

1. una superficie ricevente viene colpita dalle onde sonore solamente su uno dei suoi lati, il che determina un primo dimezzamento del flusso di energia incidente;
2. il contributo energetico di un'onda incidente con angolo θ rispetto alla normale alla superficie è proporzionale a $\cos \theta$; poiché in un campo diffuso l'angolo θ varia casualmente tra $+90^\circ$ e -90° , si deve globalmente considerare un ulteriore dimezzamento.

La densità di energia sonora complessiva è dunque data dalla relazione:

$$D = D_d + D_r \quad \text{ossia}$$

$$D = \frac{QW}{4\pi r^2 c} + \frac{4W}{Rc} = \frac{W}{c} \left(\frac{Q}{4\pi r^2} + \frac{4}{R} \right) \quad (1.94)$$

Poiché:

$$D = \frac{\hat{p}^2}{\rho_0 c^2} \quad (1.95)$$

Si ha:

$$\hat{p}^2 = \rho_0 c W \left(\frac{Q}{4\pi r^2} + \frac{4}{R} \right) \quad (1.96)$$

e passando ai logaritmi:

$$10 \log \left(\frac{\hat{p}}{p_0} \right)^2 = 10 \log \left(\frac{\rho_0 c}{400} \right) + 10 \log \frac{W}{W_0} + 10 \log \left(\frac{Q}{4\pi r^2} + \frac{4}{R} \right) \quad (1.97)$$

Ricordando inoltre che nell'aria in condizioni ambiente $\rho_0 c \approx 400$ si ricava infine l'equazione:

$$L_p = L_w + 10 \log \left(\frac{Q}{4\pi r^2} + \frac{4}{R} \right) \quad [\text{dB}] \quad (1.98)$$

che fornisce la distribuzione del livello di pressione sonora a regime, in funzione della distanza dalla sorgente, all'interno di un ambiente chiuso in cui si stabilisce un campo sonoro semiriverberato, dato dalla sovrapposizione di un campo diretto e di un campo riverberato diffuso.

Viene rappresentato in Figura 1.21, l'andamento grafico dell'equazione per tre casi, a cui corrispondono valori diversi della costante acustica R : valore basso (dell'ordine di 10 m^2) per un ambiente molto riflettente (*Live room*), valore intermedio (dell'ordine di 100 m^2) per un ambiente mediamente riverberante (*Semireverberant room*), valore elevato (dell'ordine di 1000 m^2) per un ambiente "sordo" (*Dead room*).

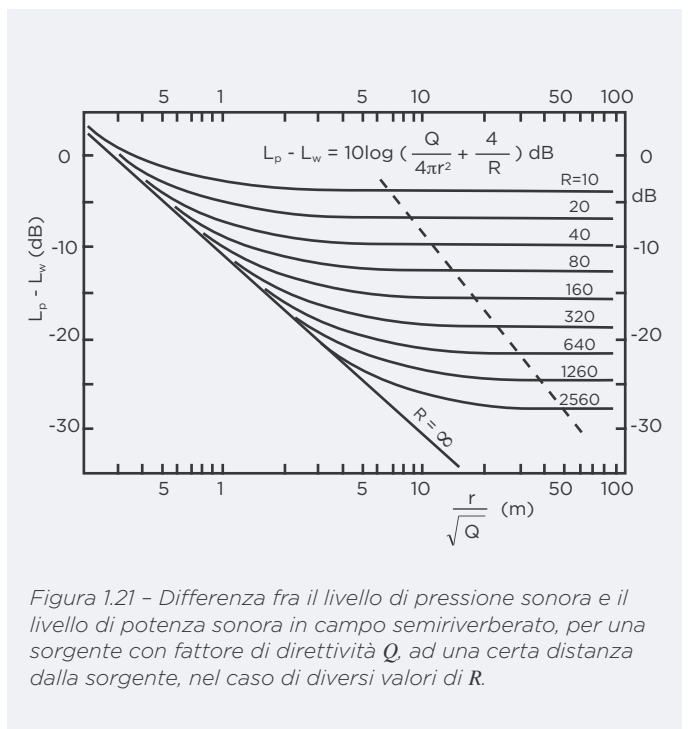


Figura 1.21 - Differenza fra il livello di pressione sonora e il livello di potenza sonora in campo semiriverberato, per una sorgente con fattore di direttività Q , ad una certa distanza dalla sorgente, nel caso di diversi valori di R .

In prossimità della sorgente prevale il contributo del campo diretto, mentre a distanze maggiori si risente della sola componente diffusa che, per ipotesi, è indipendente dalla distanza; la distanza d_c (distanza critica) alla quale i due contributi si uguagliano è data dalla condizione:

$$\frac{D_d}{D_r} = 1 \quad \frac{QW}{4\pi d_c^2 c} = \frac{cR}{16\pi d_c^2} = 1 \quad (1.99)$$

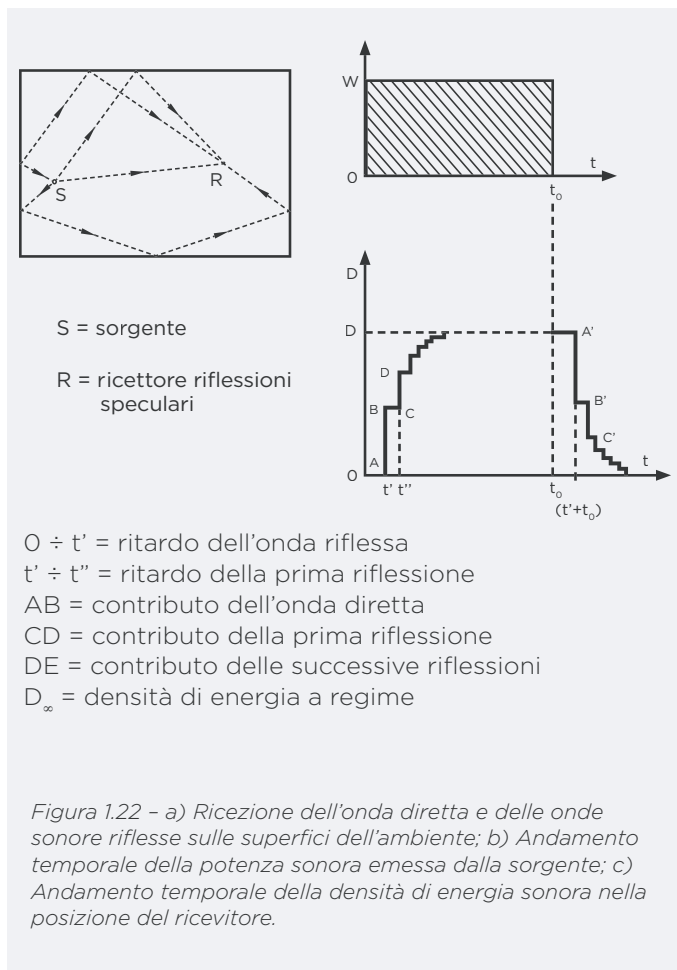
da cui:

$$d_c = \sqrt{\frac{QR}{16\pi}} \quad [\text{m}] \quad (1.100)$$

La distanza critica, in metri, è quindi tanto più grande quanto più l'ambiente è riverberante, ovvero è caratterizzato da un basso valore della costante acustica.

1.11.4. TRANSITORI ACUSTICI IN AMBIENTI CHIUSI E TEMPO DI RIVERBERAZIONE

L'influenza delle riflessioni sulla qualità dell'ascolto in un ambiente chiuso è particolarmente significativa quando se ne analizza il comportamento in transitorio. Consideriamo l'evoluzione temporale della densità di energia acustica in un punto ricevitore R determinato da una sorgente posta nel punto S che emette una potenza sonora W costante nell'intervallo di tempo $t = 0 \div t_0$ e nulla al di fuori di tale intervallo, come schematizzato in Figura 1.22.



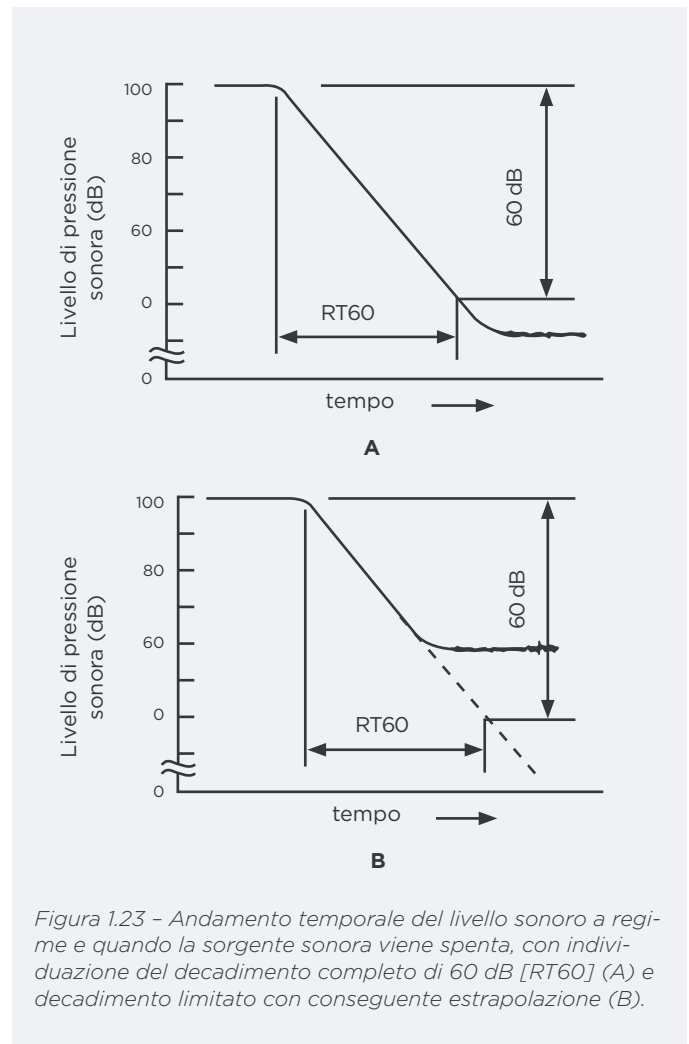
L'andamento temporale della densità di energia evidenzia la presenza di due transitori:

- il *transitorio di attacco*, in cui D passa dal valore iniziale nullo al valore a regime D_{∞} ;
- il *transitorio di estinzione* (detto coda sonora) che inizia successivamente allo spegnimento della sorgente e in cui D decresce per la progressiva attenuazione del contenuto energetico delle onde che subiscono un numero via via crescente di riflessioni.

Il fenomeno è nella realtà assai più complesso di quanto emerga dalla Figura 1.22. I singoli modi acustici della sala, infatti, decadono con leggi diverse in funzione delle proprie frequenze naturali e costanti di smorzamento. Peraltro, negli ambienti per i quali si può ritenere valida l'ipotesi di campo acustico semiriverberato, è possibi-

le studiare la coda sonora con riferimento al contenuto globale di energia acustica, prescindendo quindi da uno studio modale dettagliato.

Sarà allora sufficiente analizzare il decadimento nel tempo del livello di pressione sonora, che tipicamente assume un andamento che approssima in modo accettabile un semplice decadimento lineare, come mostrato in Figura 1.23:



Tempo di riverberazione

Fin dai primi studi sistematici sull'acustica degli ambienti chiusi, condotti circa un secolo fa dal fisico americano W.C. Sabine, è apparso evidente che l'entità della riverberazione (ovvero la durata della coda sonora) rappresenta l'indicatore fondamentale della qualità acustica di una sala. La riverberazione è infatti una condizione naturale della fruizione acustica di un ambiente chiuso, ma essa va, per così dire, opportunamente "dosata" per evitare effetti indesiderati.

È consuetudine esprimere la durata della coda sonora attraverso il *tempo di riverberazione* T_{60} , definito come il tempo che intercorre tra l'istante di spegnimento della sorgente e l'istante in cui il livello di pressione sonora

risulta di 60 dB inferiore rispetto al valore iniziale a regime. Attraverso una serie di misure sperimentali Sabine arrivò a determinare l'espressione (universalmente nota come *formula di Sabine*):

$$T_{60} = 0,16 \frac{V}{A} \quad (1.101)$$

Dove V è il volume dell'ambiente (m^3) e A l'area di assorbimento equivalente (m^2) della sala definita come:

$$A = \sum a_i S_i = a_m S \quad (1.102)$$

dove a_m è il valor medio del coefficiente di assorbimento acustico delle superfici che delimitano l'ambiente e S è l'area totale di tali superfici.

La formula di Sabine fornisce risultati accurati in ambienti che soddisfano le ipotesi del campo semiriverberato ed in particolare:

- ambienti relativamente grandi (comunque non tanto da rendere significativo l'assorbimento dell'aria) e di forma regolare, così da non presentare modi acustici predominanti;
- pareti che realizzano riflessioni diffuse (prive quindi di cavità o di superfici focalizzanti) e non troppo fonoassorbenti ($a_m \leq 0,4$ circa).

È interessante notare che è possibile giungere ad un risultato del tutto equivalente alla formula di Sabine attraverso la soluzione analitica del bilancio in transitorio dell'energia sonora di un ambiente che soddisfi le ipotesi sopra citate. In tali condizioni, si può dimostrare che il *cammino libero medio* di un raggio sonoro tra due successive riflessioni vale:

$$L_m = \frac{4V}{S} \quad (1.103)$$

a cui corrisponde un tempo medio tra due riflessioni:

$$t_m = \frac{L_m}{c} = \frac{4V}{cS} \quad (1.104)$$

Il bilancio energetico, riferito a un intervallo di tempo dt e nell'ipotesi di assorbimento continuo, risulta:

$$Wdt = a_m DV \frac{dt}{t_m} + V \frac{dD}{dt} dt \quad (1.105)$$

In esso il primo membro rappresenta l'energia emessa dalla sorgente nel tempo dt , il secondo è pari alla somma dell'energia assorbita dalle pareti più l'energia accumulata nel volume V . Pertanto, si ha:

$$Wdt = \frac{cA}{4} Ddt + V \frac{dD}{dt} dt \quad (1.106)$$

che fornisce quale soluzione a regime ($dD/dt = 0$):

$$D_\infty = \frac{4W}{cA} \quad (1.107)$$

e nel transitorio di estinzione ($W = 0$):

$$\frac{dD}{D} = -\frac{cA}{4V} dt \quad (1.108)$$

$$D(t) = D_\infty e^{-\frac{cA}{4V} t} \quad (1.109)$$

Imponendo la condizione di Sabine:

$$t = T_{60} \quad \text{per} \quad D_\infty/D = 10^6$$

si ottiene:

$$\ln 10^6 = \frac{cA}{4V} T_{60} \quad (1.110)$$

da cui:

$$T_{60} = \frac{4 \cdot \ln 10^6}{c} \frac{V}{A} \cong \frac{4 \cdot 13,8}{344} \frac{V}{A} = 0,16 \frac{V}{A} \quad (1.111)$$

che coincide con la formula di Sabine.

La scarsa attendibilità della formula quando a_m assume valori elevati appare evidente considerando il caso limite di una camera perfettamente anecoica ($a_m \rightarrow 1$) per la quale deve risultare $T_{60} \rightarrow 0$, mentre la formula di Sabine indica il valore fisicamente errato:

$$T_{60} \rightarrow 0,16 V/S > 0$$

Risultati migliori si ottengono adottando l'ipotesi di assorbimento discontinuo; si considera cioè che, ad ogni successiva riflessione, la densità di energia volumica diminuisca di un fattore $(1 - a_m)$ per cui indicando con D_∞ la densità di energia iniziale a regime, dopo un tempo t_m essa varrà $D_\infty (1 - a_m)$, dopo un tempo $2t_m$ varrà $D_\infty (1 - a_m)^2$, dopo un tempo $t = nt_m$ varrà $D_\infty (1 - a_m)^n$, come indicato nella formula seguente e nella Figura 1.24:

$$D(t) = D_\infty (1 - a_m)^{t/t_m} \quad (1.112)$$

da cui, considerando che:

$$n = \frac{t}{t_m} = \frac{cS}{4V} t \quad (1.113)$$

la densità dopo il tempo t risulta:

$$D(t) = D_\infty (1 - a_m)^{cSt/4V} \quad (1.114)$$

Considerando che:

$$(1 - a_m) \equiv e^{\ln(1 - a_m)} \quad (1.115)$$

si ottiene:

$$\frac{D}{D_\infty} = e^{\frac{Sc}{4V} \ln(1 - a_m) t} \quad (1.116)$$

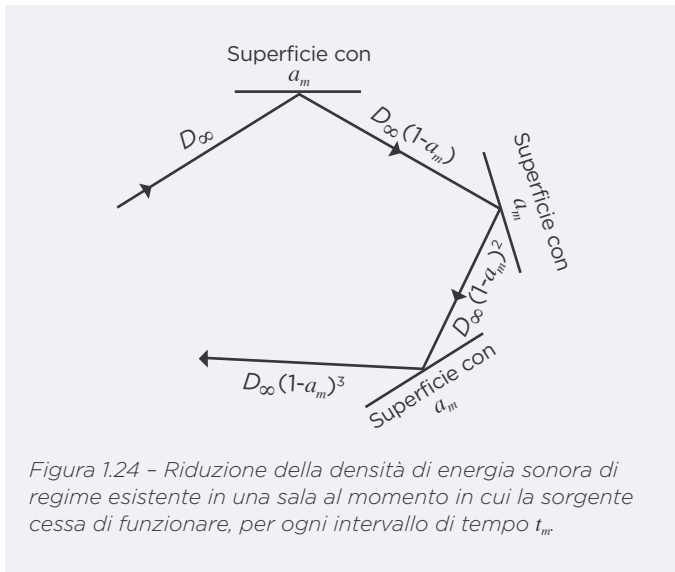


Figura 1.24 - Riduzione della densità di energia sonora di regime esistente in una sala al momento in cui la sorgente cessa di funzionare, per ogni intervallo di tempo t_{ir}

Dalla definizione di tempo di riverberazione si avrà:

$$10^{-6} = e^{\frac{Sc}{4V} \ln(1-a_m) T_{60}}, \text{ dunque } \ln 10^{-6} = \frac{Sc}{4V} \ln(1-a_m) T_{60} \quad (1.117)$$

da cui si può facilmente ottenere la “formula di Norris-Eyring”, dal nome dei due scienziati che l’hanno individuata in modo indipendente:

$$T_{60} = \frac{0,16V}{S|\ln(1-a_m)|} \quad (1.118)$$

che fornisce la previsione, fisicamente corretta, $T_{60} \rightarrow 0$ per $a_m \rightarrow 1$.

Per quanto riguarda la procedura di misura del tempo di riverberazione, la norma UNI EN ISO 3382 introduce sostanzialmente due metodologie con la rispettiva procedura di valutazione dell’incertezza di misura: il metodo del rumore interrotto e il metodo della risposta all’impulso.

Il metodo del rumore interrotto richiede l’utilizzo di una sorgente che emette rumore a banda larga ad un’intensità superiore di almeno 35 dB il rumore di fondo in ambiente in ciascuna banda di ottava, che viene emesso in ambiente per eccitarlo per una durata tale da raggiungere la condizione di stazionarietà e poi interrotto. Il decadimento misurato deve avere una durata di qualche secondo ovvero almeno della metà del tempo di riverberazione stimato.

Nella pratica di misura in campo non sempre è possibile ricavare un decadimento del livello di pressione sonora di 60 dB a seguito dello spegnimento della sorgente sonora. Ciò può accadere per questioni ambientali, come il rumore di fondo presente, o per questioni strumentali, per cui le sorgenti utilizzate hanno limitazioni intrinseche e non possono generare la potenza necessaria.

Per questo si ricorre alla misura di decadimenti inferiori, di 20 dB o 30 dB ad esempio, come mostrato in Figura 1.25, al fine di identificare i T_{20} o T_{30} le cui pendenze di decadimento vengono estrapolate ai 60 dB.

In particolare, secondo la norma UNI EN ISO 3382, il tempo di riverberazione T_{30} viene estrapolato dalla pendenza del tratto di decadimento di 30 dB a partire da -5 dB sino a -35 dB rispetto al livello stazionario di partenza e il tempo di riverberazione T_{20} viene estrapolato dalla pendenza del tratto di decadimento di 20 dB a partire da -5 dB sino a -25 dB rispetto al livello stazionario di partenza.

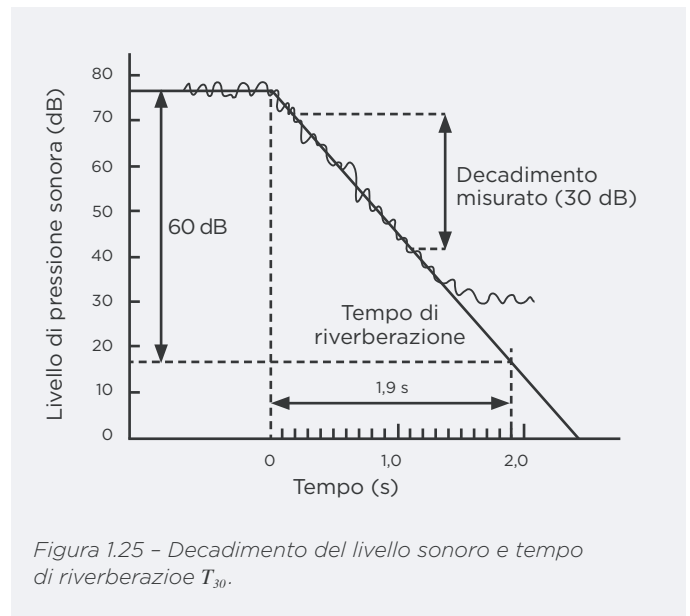


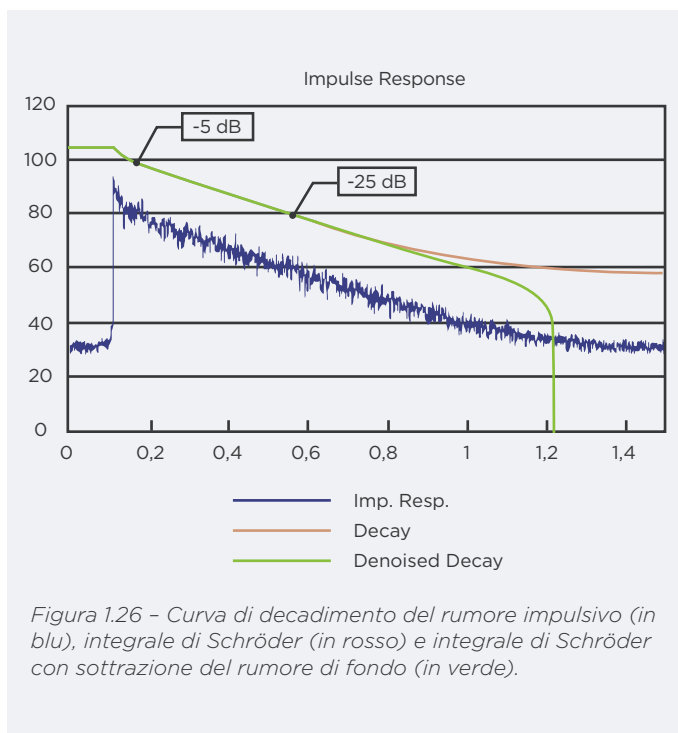
Figura 1.25 - Decadimento del livello sonoro e tempo di riverberazione T_{30} .

Il secondo metodo proposto è basato sulla risposta all’impulso. La risposta all’impulso rappresenta l’andamento della pressione sonora nel tempo, a seguito dell’emissione di un segnale impulsivo di durata molto breve, idealmente nulla, da parte di una sorgente sonora (ad esempio una pistola, un palloncino, un clappatore).

In alternativa all’emissione di un segnale impulsivo, la risposta all’impulso può essere ottenuta dall’emissione di segnali pseudocasuali come le sequenze di massima lunghezza (MLS) o le *sweep*, cioè un segnale composto da una forma d’onda di tipo sinusoidale che inizia dalle frequenze basse e sale progressivamente verso le alte al trascorrere del tempo (“spazzolata in frequenza”). Una volta ottenuta la risposta all’impulso si determina il quadrato della pressione sonora (energia).

A partire dal tempo t scelto opportunamente si effettua l’integrale corrente all’indietro della pressione al quadrato (una sommatoria per il segnale campionato), altrimenti detto integrale di Schröder.

Il tempo di riverberazione calcolato sulla curva ricavata dall'integrazione, a partire dalla fine, del quadrato della risposta all'impulso, equivale al tempo di riverberazione ottenuto con un numero infinito di medie utilizzando il metodo del rumore interrotto. La procedura di misura è descritta nella norma UNI EN ISO 3382, nella quale è suggerito un criterio empirico con cui definire l'intervallo ottimale di risposta all'impulso da integrare in modo da limitare l'influenza del rumore di fondo. In ogni caso, i moderni sistemi per la misura del tempo di riverberazione mediante risposta all'impulso incorporano avanzate tecniche di rimozione degli effetti indesiderati del rumore di fondo per sottrazione in fase di integrazione, come mostrato in Figura 1.26.



1.11.5. QUALITÀ ACUSTICA DEGLI AMBIENTI E TEMPO DI RIVERBERAZIONE OTTIMALE

Il tempo di riverberazione T_{60} rappresenta senza dubbio l'indicatore di qualità acustica di un ambiente o di una sala più conosciuto ed utilizzato. L'esperienza dimostra che, affinché si verifichino in una sala condizioni di ascolto soddisfacenti, il tempo di riverberazione deve assumere valori il più possibile prossimi a valori ottimali che dipendono dal volume e dalla tipologia di impiego della sala distinguendo, in prima istanza, tra sale destinate all'ascolto della parola (aula scolastica, sala per conferenze, teatro di prosa, cinema, ecc.) e sale destinate all'ascolto della musica (sala per concerti, teatro d'opera, ecc.). Valori di T_{60} eccessivamente bassi rispetto al valore ottimale sono indice di sala "sorda", ovvero di una sala in cui i singoli suoni vengono percepiti in modo staccato e

in cui, essendo limitato l'apporto del campo riverberato, si verificano notevoli disuniformità del livello di pressione sonora da punto a punto. Valori eccessivamente alti determinano invece condizioni di ascolto poco "nitide": il nostro sistema nervoso è infatti in grado di ricondurre ad un medesimo evento emissivo (e quindi ad un medesimo "significato") due segnali acustici percepiti in tempi diversi, a patto che il ritardo tra essi non sia maggiore di alcune decine di millisecondi. Sono disponibili in letteratura numerosi risultati, frutto di studi sperimentali, che forniscono i valori ottimali del tempo di riverberazione per le tipiche categorie di sale destinate all'ascolto della parola o della musica; il valore $T_{60,ott}$ è generalmente indicato per una frequenza di riferimento (tipicamente pari a 500 Hz o 1kHz) e ad esso viene associata una curva di correzione che permette di ottenere i valori alle altre frequenze di interesse. Si riporta la Figura 1.27 con indicazione del tempo di riverberazione ottimale a partire dal volume dell'ambiente e due formule empiriche in Tabella 1.4 dalle quali si può calcolare il tempo di riverberazione ottimale in secondi, conoscendo il volume dell'ambiente in m^3 , nel caso di musica e parlato.

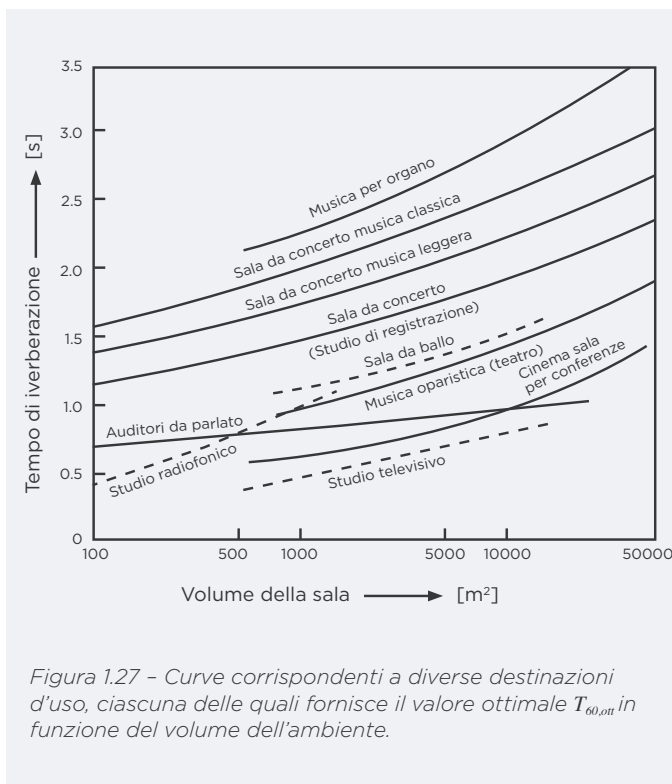


Tabella 1.4 - Formule empiriche per il calcolo del tempo di riverberazione ottimale in funzione del volume e della destinazione d'uso dell'ambiente.

Ascolto di musica	$T_{60,ott} \cong 0,1\sqrt[3]{V}$
Ascolto di parola	$T_{60,ott} \cong 0,5 + 10^{-4}V$

I valori di $T_{60,ott}$ sopra indicati si riferiscono alla frequenza di 500 Hz. Poiché il coefficiente di assorbimento varia con la frequenza, è praticamente impossibile ottenere lo stesso valore di T_{60} a tutte le frequenze. Si riporta in Figura 1.28 una “maschera” che indica l’intervallo di valori che si possono ritenere accettabili.

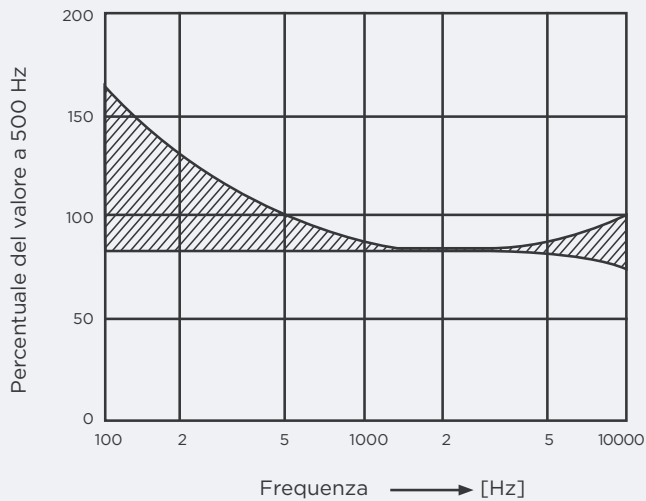


Figura 1.28 - Variazione del tempo di riverberazione ottimale a 500 Hz in funzione della frequenza.

Noto il tempo di riverberazione ottimale in funzione della destinazione d’uso di interesse, è possibile procedere al progetto con i seguenti passi:

- Noto il volume e la destinazione d’uso della sala si calcolano i valori di T_{ott} per le frequenze nominali delle bande di ottava comprese, generalmente, nell’intervallo 125 ÷ 4000 Hz.
- Si formula una prima ipotesi sui materiali da costruzione impiegati nella sala, al fine di ottenere i valori del coefficiente di assorbimento alle varie frequenze dei rivestimenti e degli arredi; nel calcolo delle superfici di assorbimento equivalenti si deve tenere conto del contributo delle persone, in genere ipotizzando almeno due livelli di occupazione della sala.
- Si calcolano, generalmente con la formula di Sabine, i valori di T_{60} alle varie frequenze e si determinano gli scarti rispetto ai valori ottimali.
- Si opera una “correzione acustica” della sala, intervenendo sia sui coefficienti di assorbimento che sulle aree delle superfici per le quali vi sono margini di intervento, fino a ottenere una distribuzione dei T_{60} soddisfacente su tutto il campo delle frequenze.

Sebbene la verifica del tempo di riverberazione costituisca tuttora il passo fondamentale della progettazione acustica di una sala, essa non esaurisce certamente il compito del progettista, per lo meno nei casi una certa complessità. Numerosi indicatori di qualità, oggi correntemente utilizzati nella valutazione e progettazione acustica delle sale, sono stati recentemente proposti da numerosi Autori; e sono riportati nella norma UNI EN ISO 3382 (vedi paragrafo 2.2.3.).

Fra questi ricordiamo:

- descrittori della qualità di ascolto della parola: quantificano l’intelligibilità del messaggio verbale in funzione della risposta acustica della sala e dell’influenza del rumore di fondo;
- rapporti energetici: rappresentano il rapporto fra energia del segnale utile all’ascolto ed energia totale (o energia residua) e quantificano la “nitidezza” dell’ascolto della musica o della parola. Si ottengono a partire dalla misura della risposta all’impulso per un percorso sorgente ricevitore.

Questi parametri rappresentano l’incremento di intensità percepita data dal suono che giunge con un breve ritardo rispetto al suono diretto. Tra i rapporti energetici più comunemente utilizzati per valutare la qualità acustica degli ambienti e per progettare, è importante citare la chiarezza e la definizione del parlato (rispettivamente indicati come C e D, in dB). Tipicamente, per l’ascolto della parola si considera come quota di energia utile quella definita dall’arrivo del suono diretto tra l’istante 0 e i primi 50 ms di emissione, e per l’ascolto della musica tra l’istante 0 e i primi 80 ms. Le formule di seguito rappresentano queste grandezze (vedi anche i paragrafi 2.2.1 e 2.2.3).

$$C_{50} = 10 \log \frac{\int_0^{50ms} p^2(t) dt}{\int_{50ms}^{\infty} p^2(t) dt} \quad [\text{m/s}] \quad (1.119)$$

$$D_{50} = \frac{\int_0^{50ms} p^2(t) dt}{\int_0^{\infty} p^2(t) dt} \quad [\text{Hz}] \quad (1.120)$$

Dove $t=0$ è l’istante in cui il suono diretto giunge al ricevitore.

- indici spaziali: quantificano la direzionalità della percezione del suono (ad esempio attraverso il rapporto fra energia diretta ed energia diffusa) e quantificano l’impressione di spazialità che l’ascoltatore percepisce in un dato ambiente;
- parametri relativi al transitorio di attacco: interessano soprattutto il campo musicale ed in particolare l’ascolto reciproco fra musicisti.